

900 Wellen, Strahlen und Teilchen

910 *geometrische Optik*

920 *Wellenoptik*

930 *Quantenmechanische Modelle*

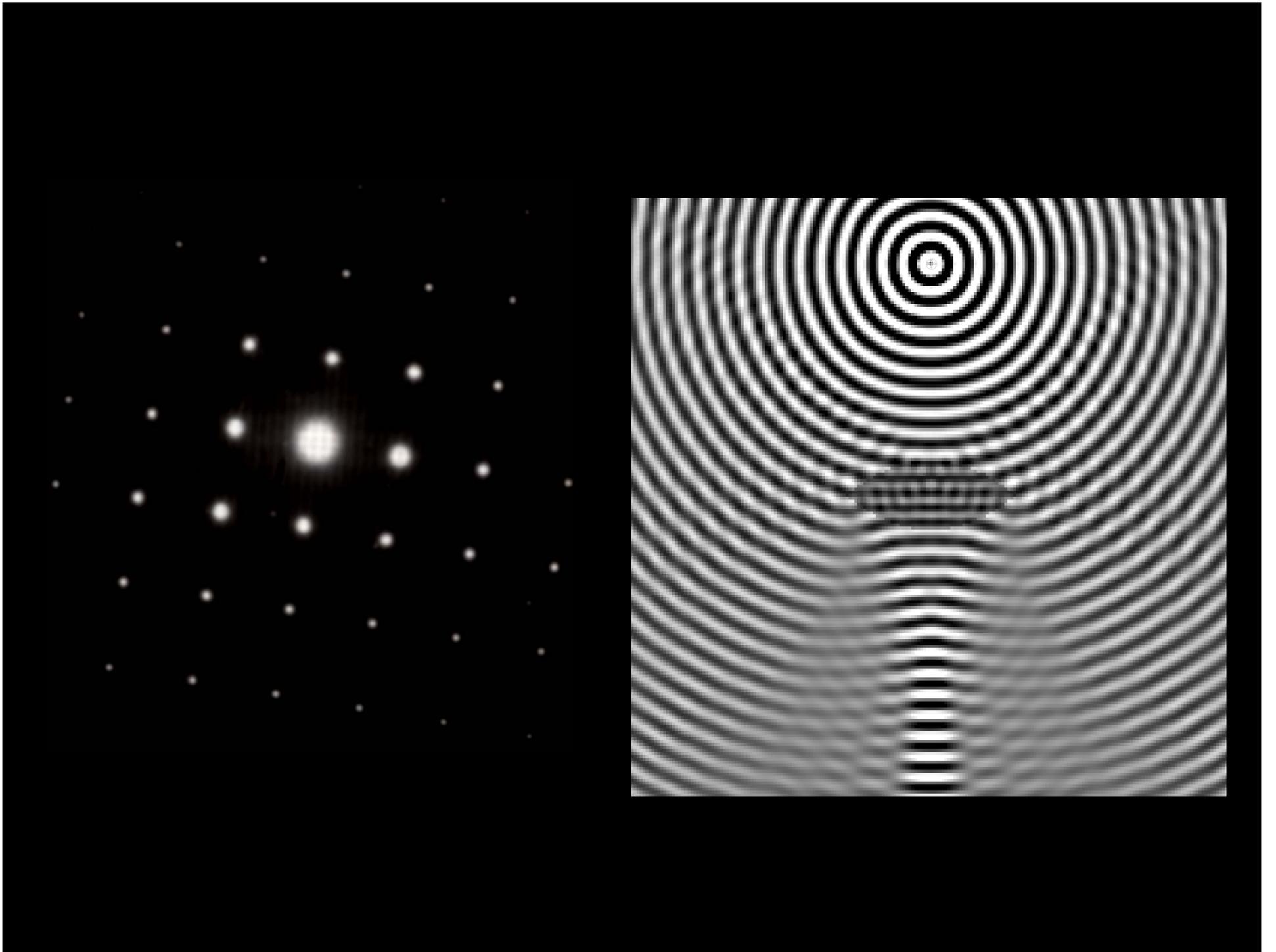
940 *Kerne und Teilchen*

um was geht es?

exemplarische Modellvorstellungen
anhand der Optik (Strahl, Welle,
Teilchen) und Anwendungen dazu

Modelle zur Beschreibung der
mikroskopischen Welt

Aufbau der Materie



911 Reflexion und Refraktion



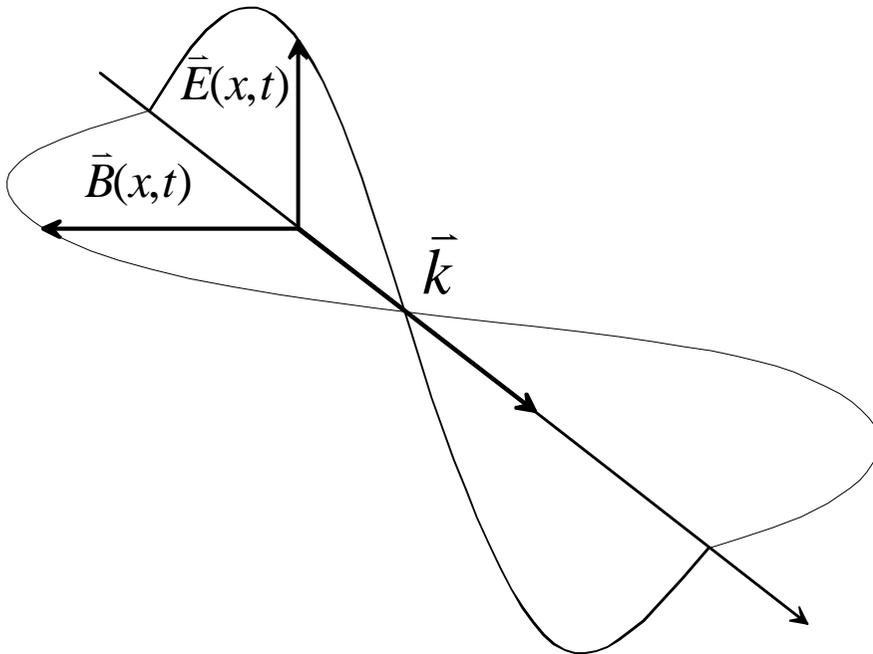
911 Ziele

- Winkel zwischen Lichtstrahl und reflektierenden und brechenden Grenzschichten berechnen können
- Brechungsindex definieren und aus Winkel berechnen können
- Bedingungen für Totalreflexion berechnen können

911 Theorie

Geometrische Optik: Es wird die Lichtausbreitung in Form von Strahlen betrachtet

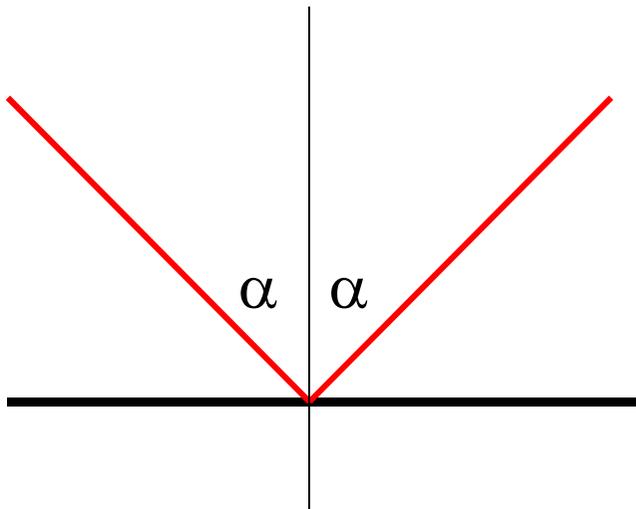
Wellenrichtung
(Wellenvektor \vec{k}) bestimmt Strahl

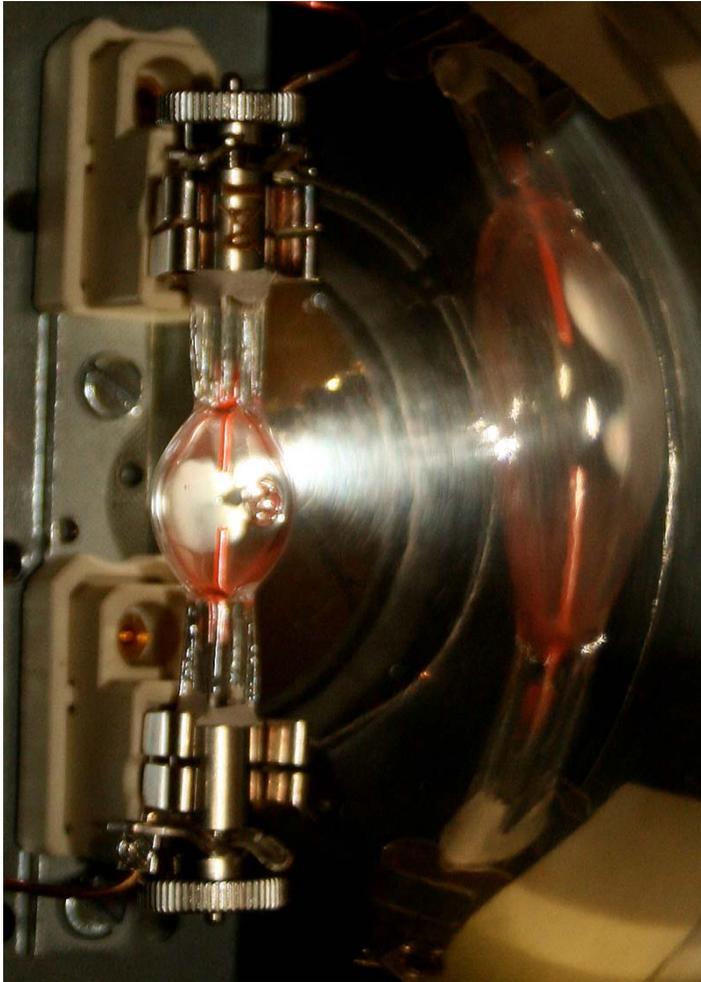


911 Theorie

Reflexion

$$\alpha_1 = \alpha_2$$





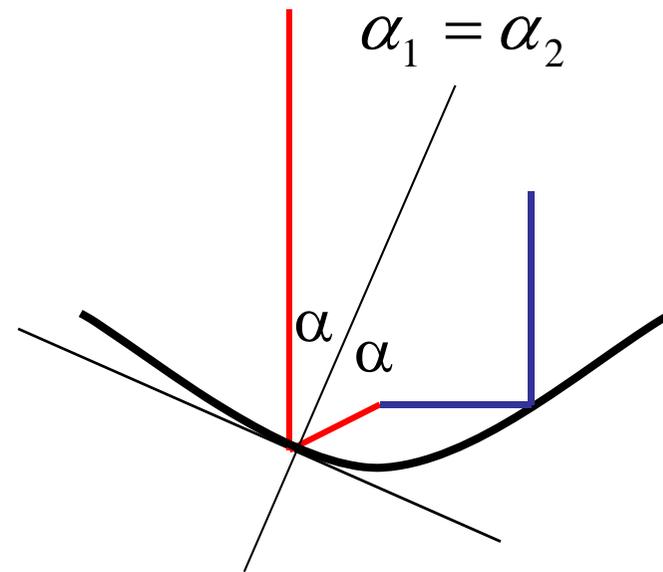
911 Theorie

Spiegel:

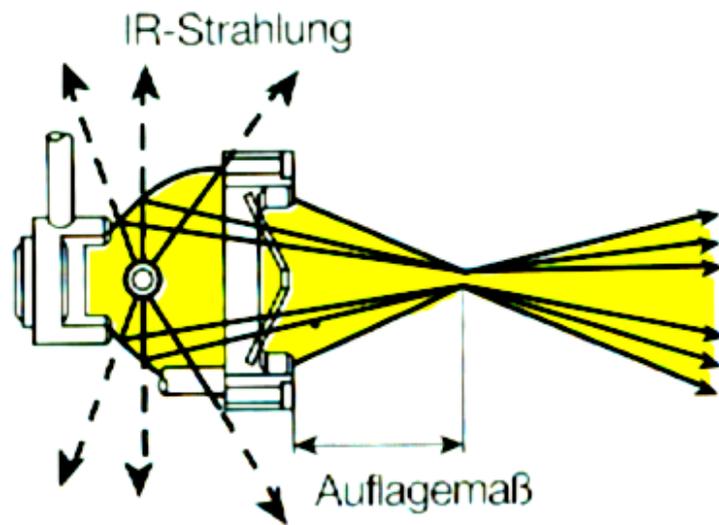
Planspiegel

Parabolspiegel

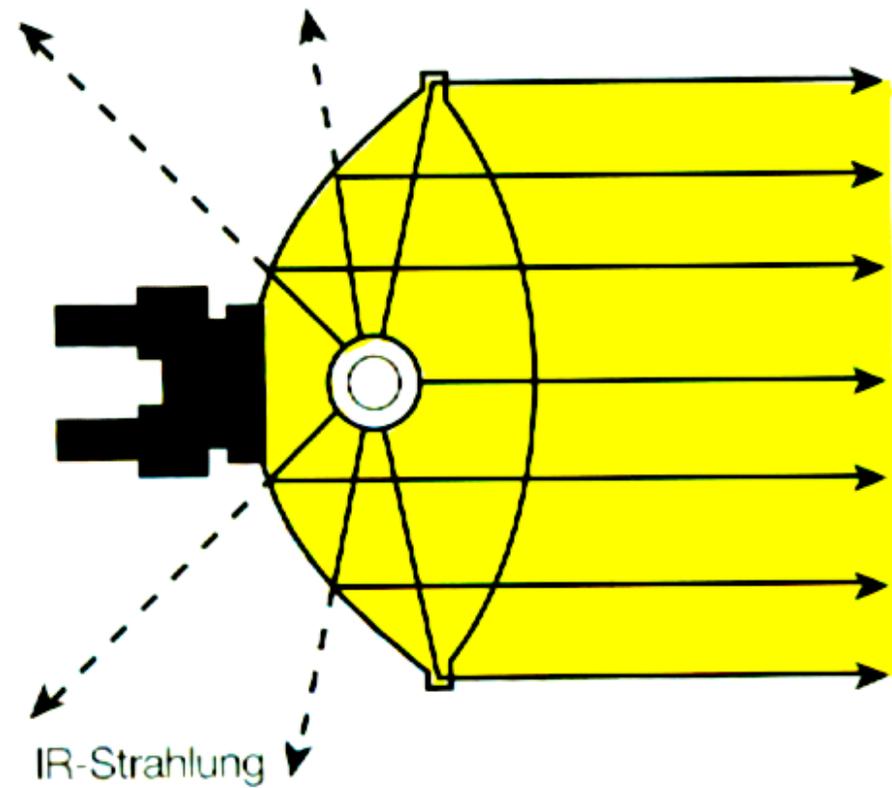
elliptische Spiegel



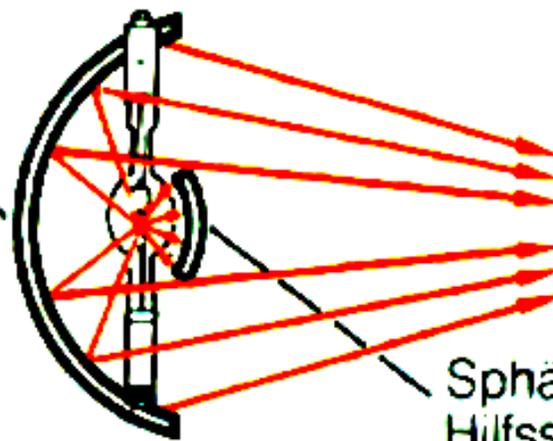
**a: Ellipsoidreflektor =
Fokussierendes System (HTI)**



**b: Parabolreflektor =
Parallelisierendes System (HMI)**

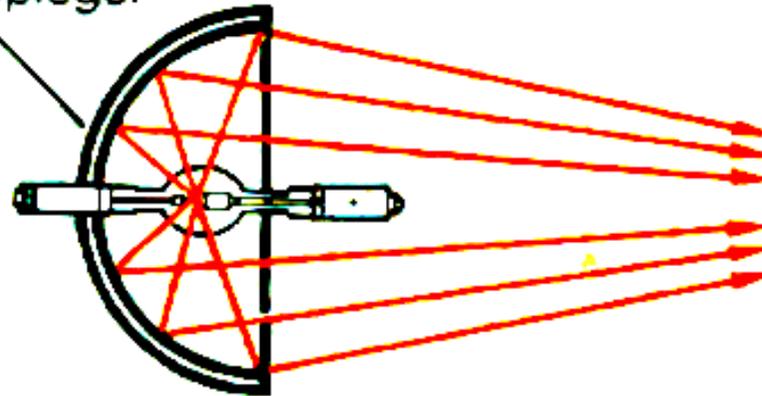


Elliptischer
Hauptspiegel



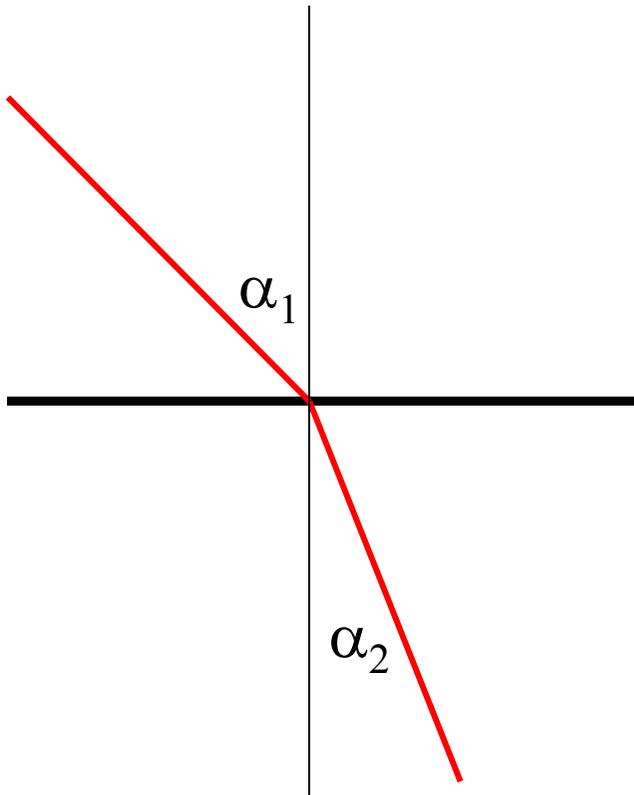
Sphärischer
Hilfsspiegel

Tiefgezogener
Ellipsoid-Spiegel



911 Theorie

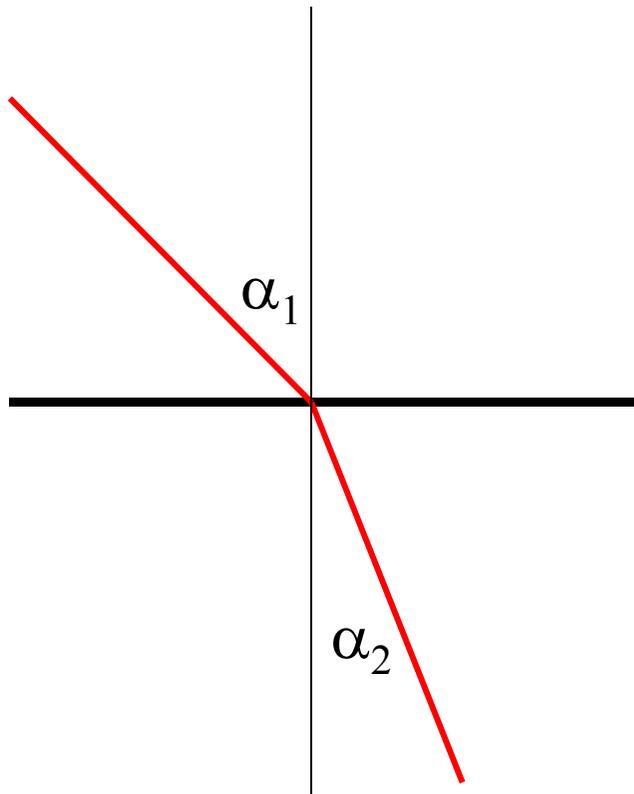
Refraktion



$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

911 Theorie

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1}$$



Refraktion: Brechungsindex,
Brechzahl

$$n = \frac{c_{\text{Vakuum}}}{c_{\text{medium}}} = \sqrt{\epsilon_r \cdot \mu_r}$$

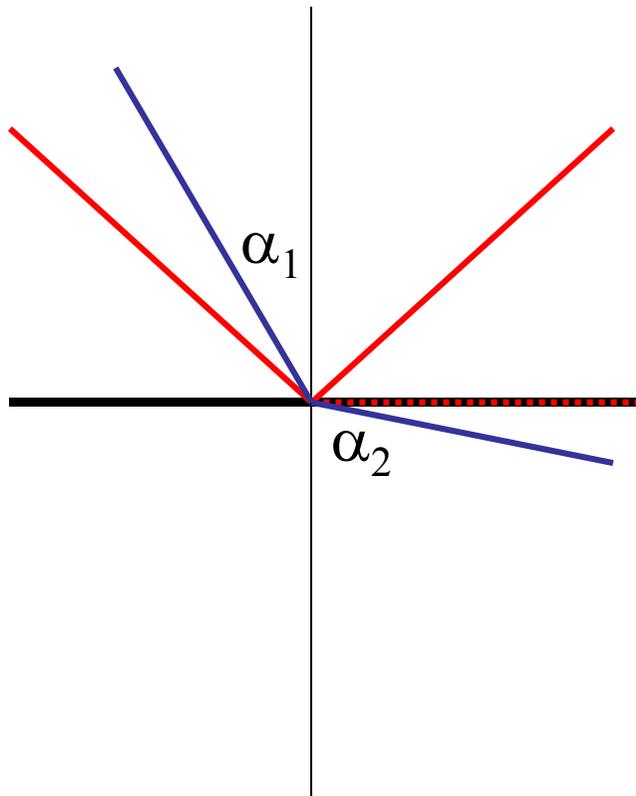
911 Theorie

$$n = \frac{c_{\text{Vakuum}}}{c_{\text{medium}}} = \sqrt{\epsilon_r \cdot \mu_r}$$

Refraktion: Brechungsindex,
Brechzahl

Wellenlänge		434nm	486nm	589nm	656nm	768nm
Wasser		1.340	1.337	1.333	1.331	1.329
Quarzglas		1.467	1.463	1.458	1.456	1.4539
Diamant	2.417					
Glycerin	1.455					

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1}$$



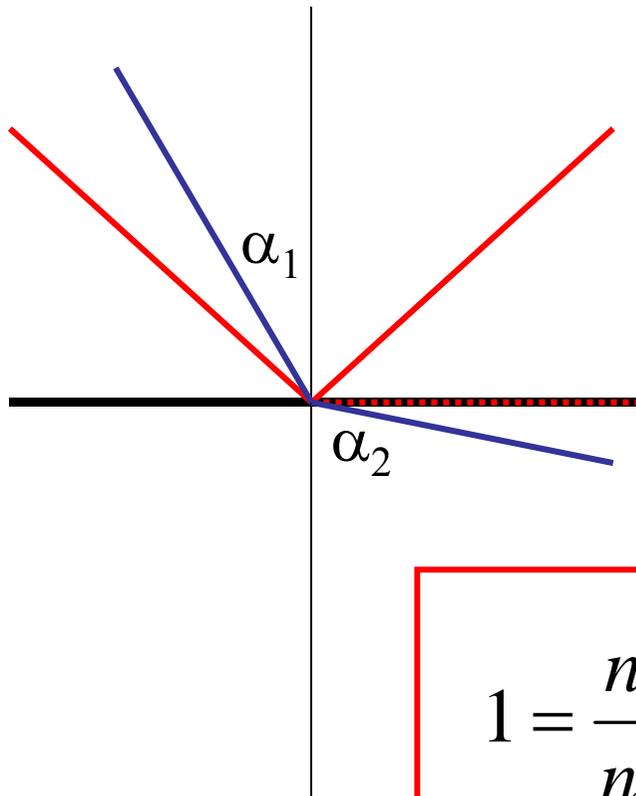
911 Theorie

Refraktion: Totalreflexion

$$\alpha_2 = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin \alpha_1\right)$$

911 Theorie

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1}$$



Refraktion: Totalreflexion

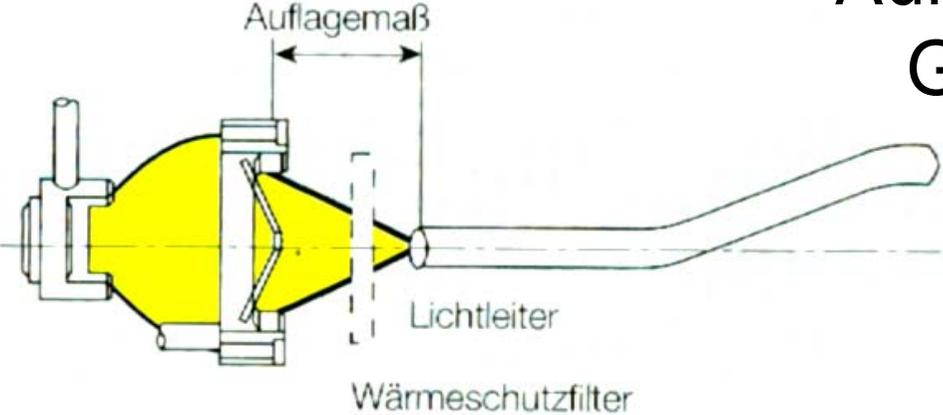
Grenzwinkel

$$\alpha_2 = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin \alpha_1\right)$$

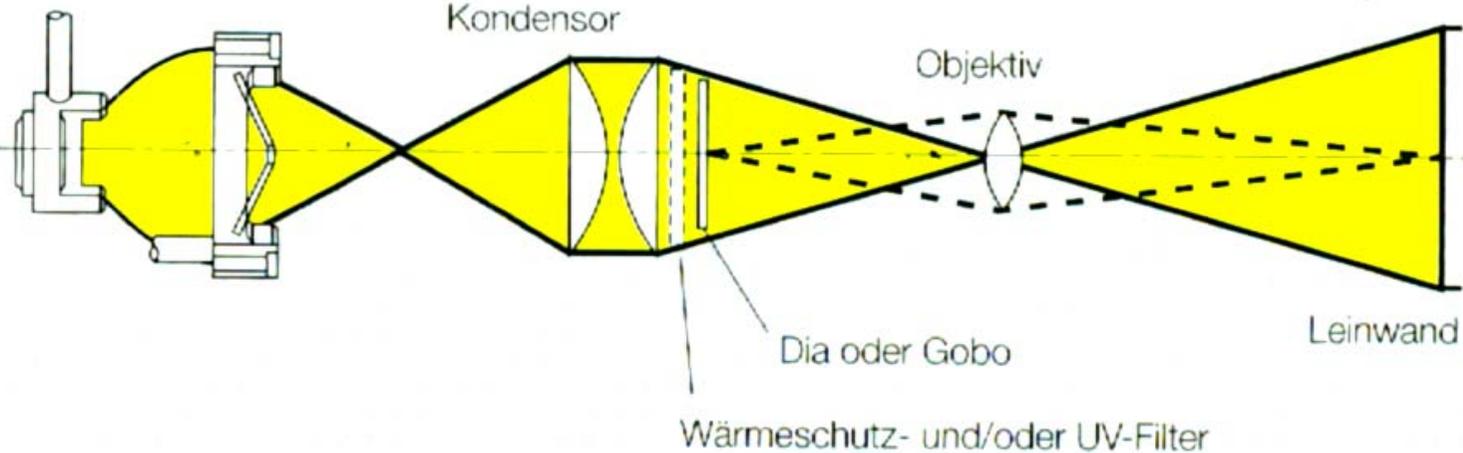
$$1 = \frac{n_1}{n_2} \cdot \sin \alpha_1 \rightarrow \alpha_1 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

Aufbau bei elliptischen Geometrien

a: Lichtleitereinkoppelung



b: Projektionssystem mit Kondensator (Effekt- oder Diaprojektor)



- - - - - Abbildungsstrahlengang
- — — — — Beleuchtungsstrahlengang

912 Abbildung mit dünnen Linsen



912 Ziele

- Brennweite und Brechkraft definieren und berechnen können
- durch geometrische Konstruktion die Abbildung (Bildgrösse, Orientierung) einer dünnen Linse ermitteln

912 Theorie

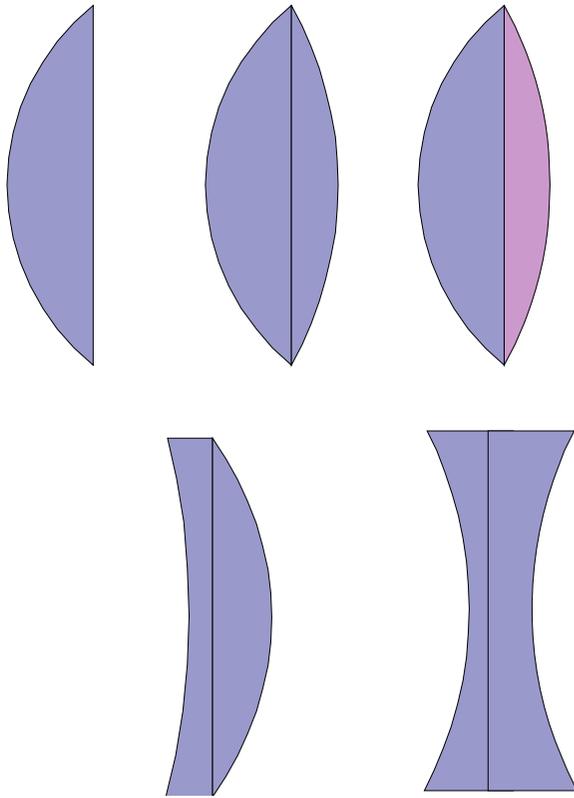
Linsenformen:

konvexe Linsen

bikonvexe Linsen

konkave Linsen

bikonkave Linsen

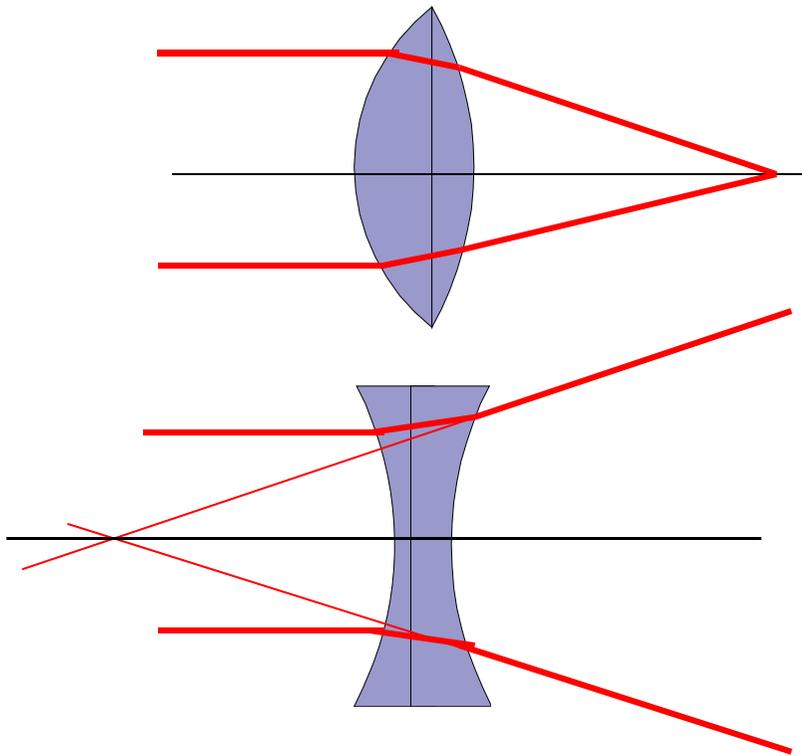


912 Theorie

Eigenschaften der
verschiedenen
Linsenformen:

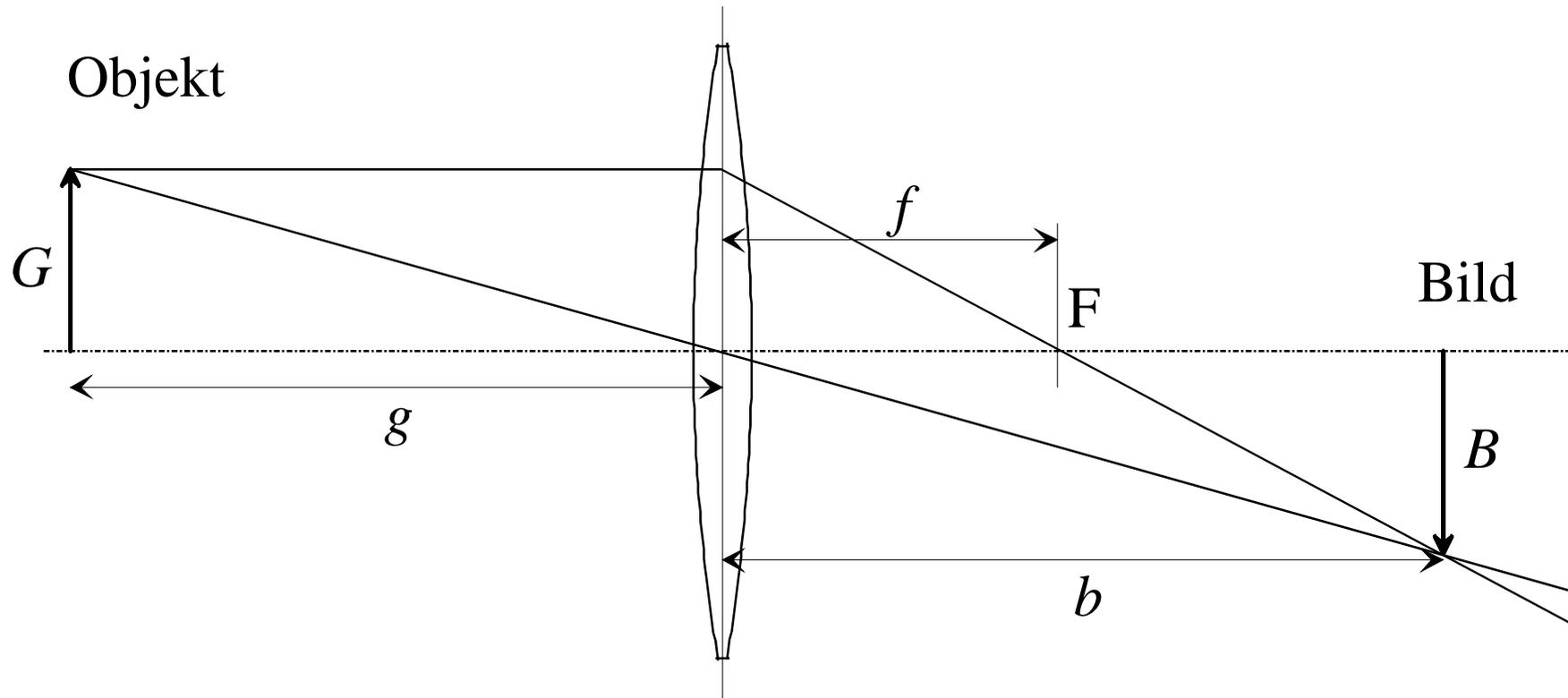
Sammellinsen

Streulinsen



912 Theorie

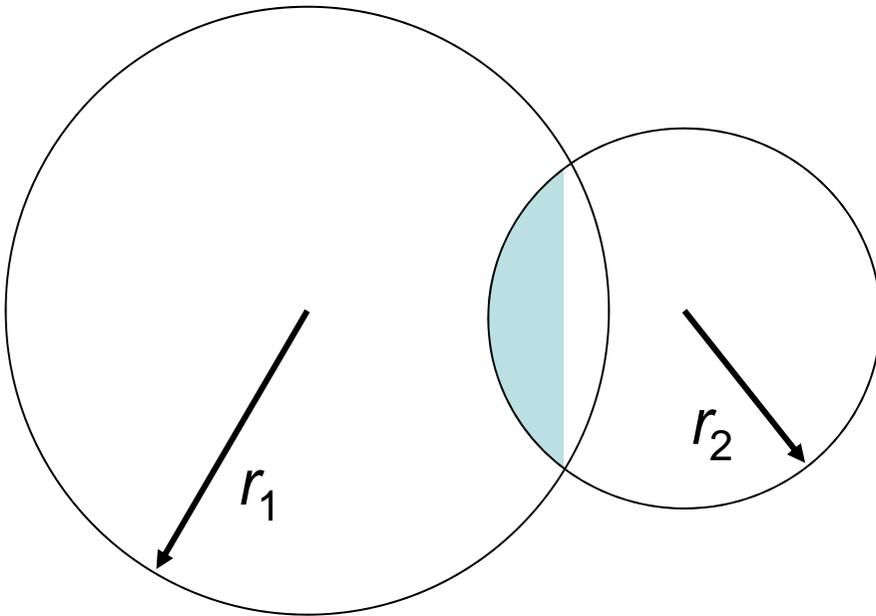
geometrische Konstruktion
eines Strahlenganges



912 Theorie

Berechnung der Brechkraft

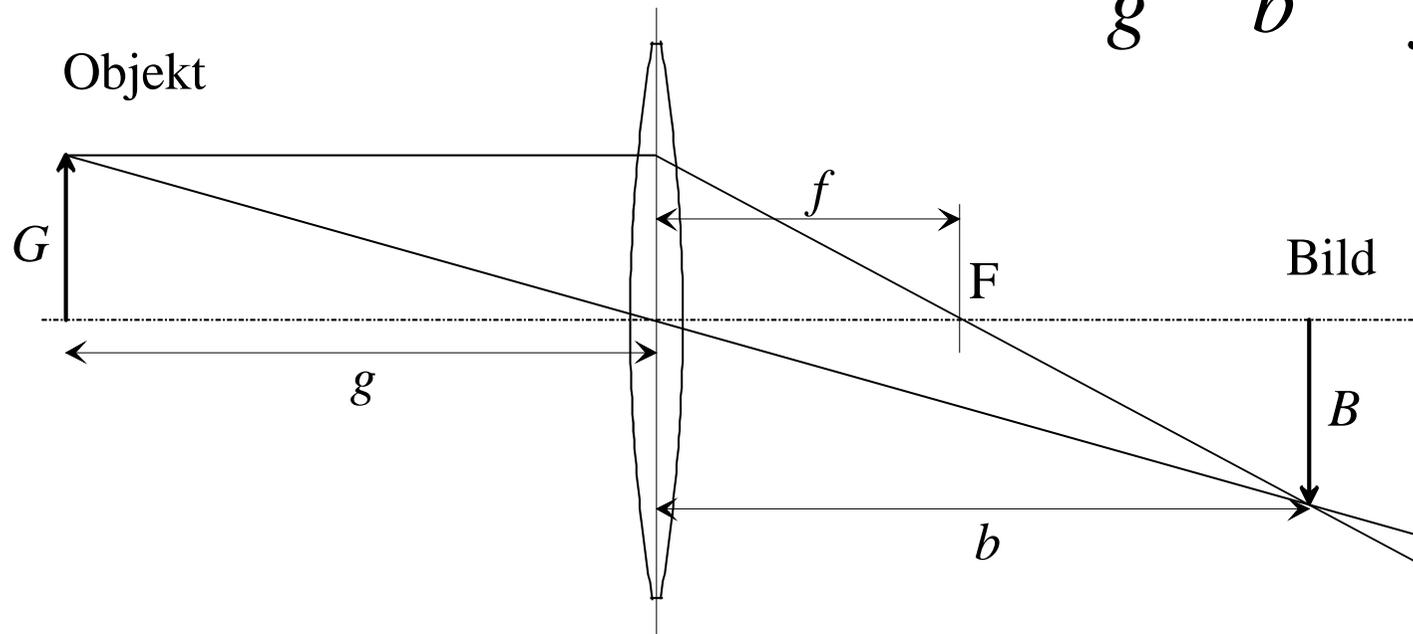
$$D = \frac{1}{f} \approx (n - 1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$



912 Theorie

Berechnung der Brennweite

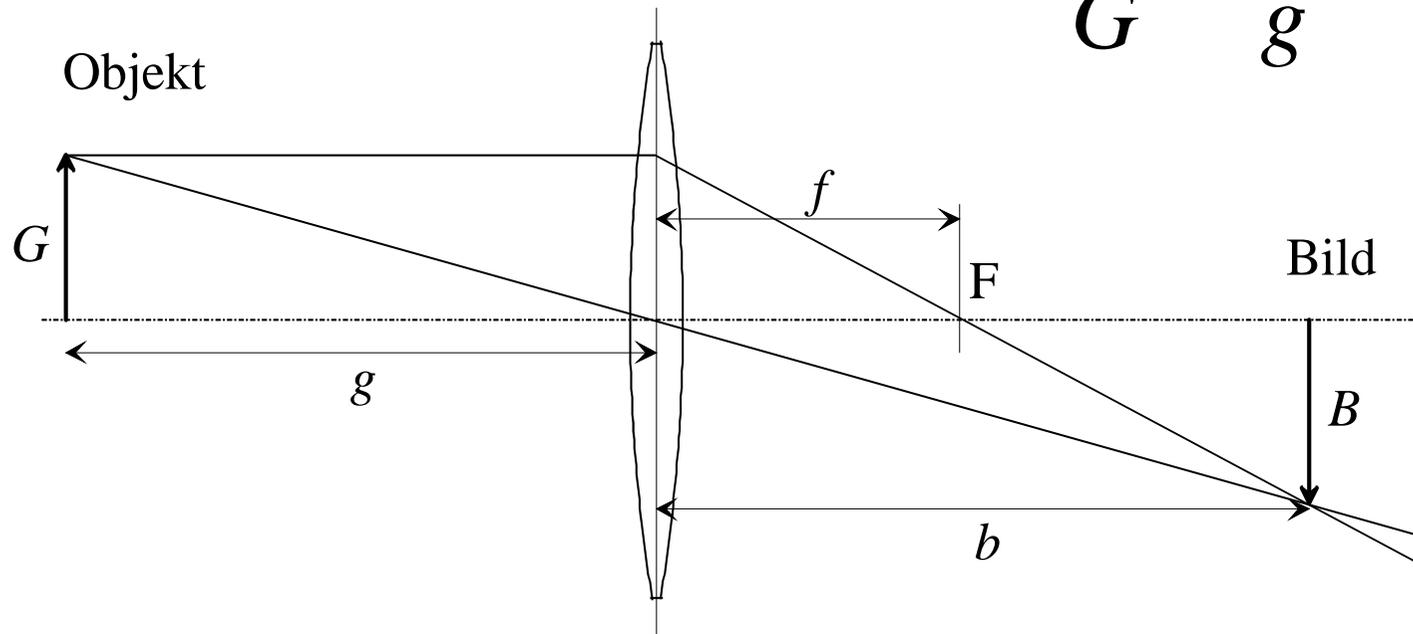
$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} \approx \frac{1}{f}$$



912 Theorie

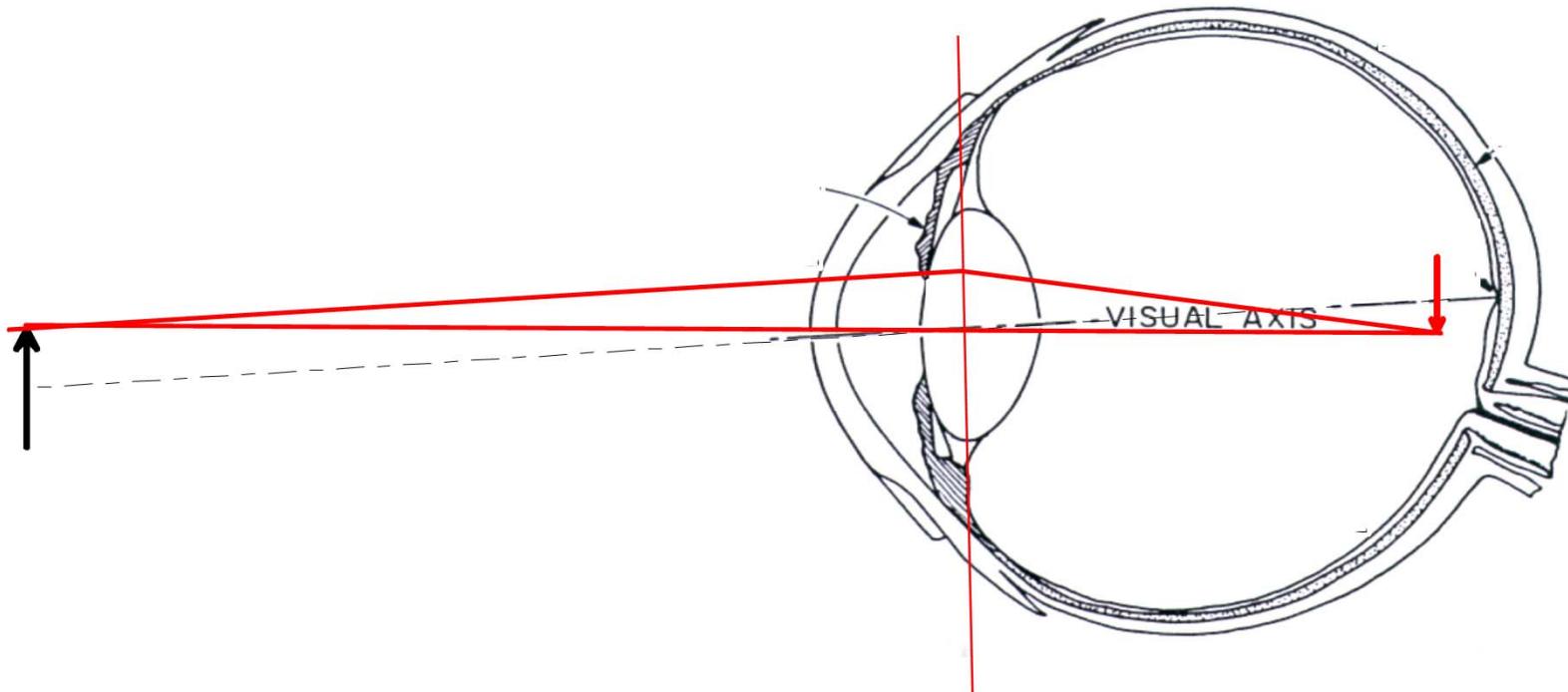
Bild- und
Gegenstandsgrösse

$$\frac{B}{G} = \frac{b}{g}$$



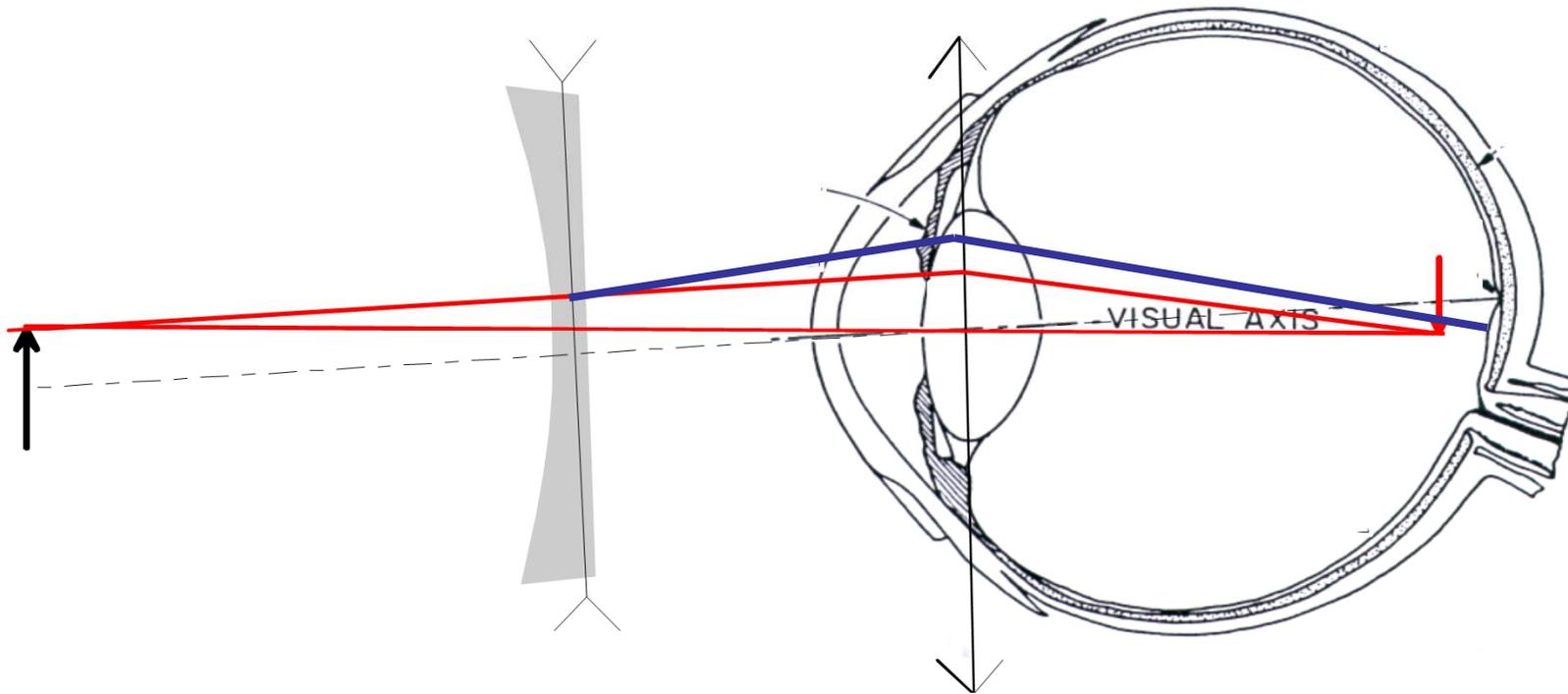
912 Theorie

das menschliche Auge



912 Theorie

das menschliche Auge



913 para-axiale Optik und Matrix-Formulierung der Gausschen Optik

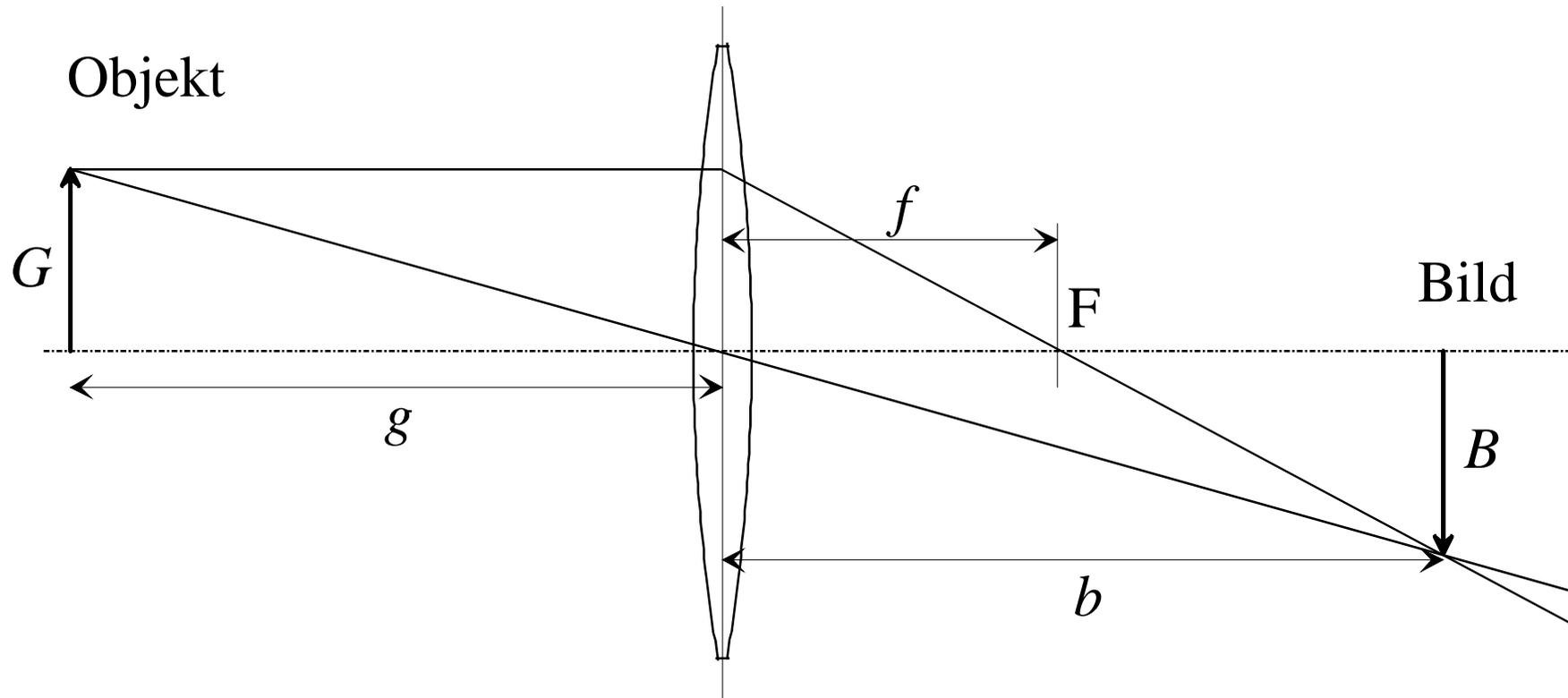


913 Ziele

- Einfache Abbildungen durch Matrizen beschreiben können

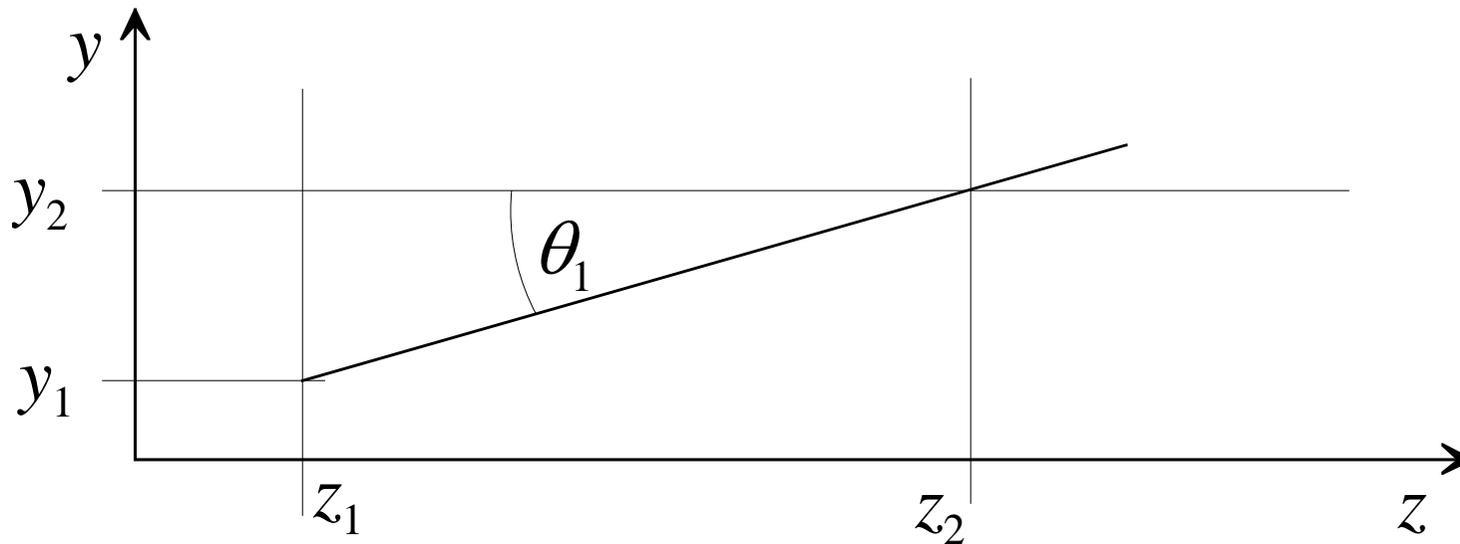
913 Theorie

Strahlengang durch dünne Linse



913 Theorie

Einführung von Koordinaten
(Relationen!)



-

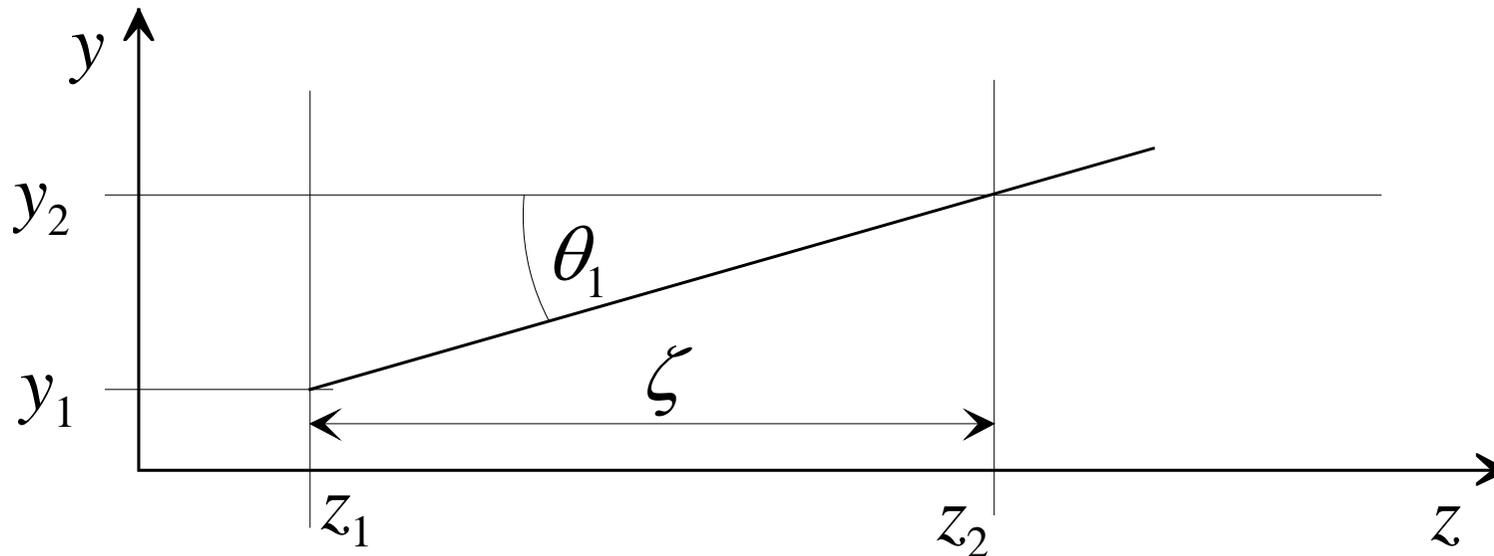
$$\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$$

913 Theorie

$$y_2 = y_1 + \zeta \theta_1$$

Translation

$$\theta_2 = \theta_1$$



$$\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$$

913 Theorie

$$y_2 = y_1 + \zeta \theta_1$$

Translationsmatrix T

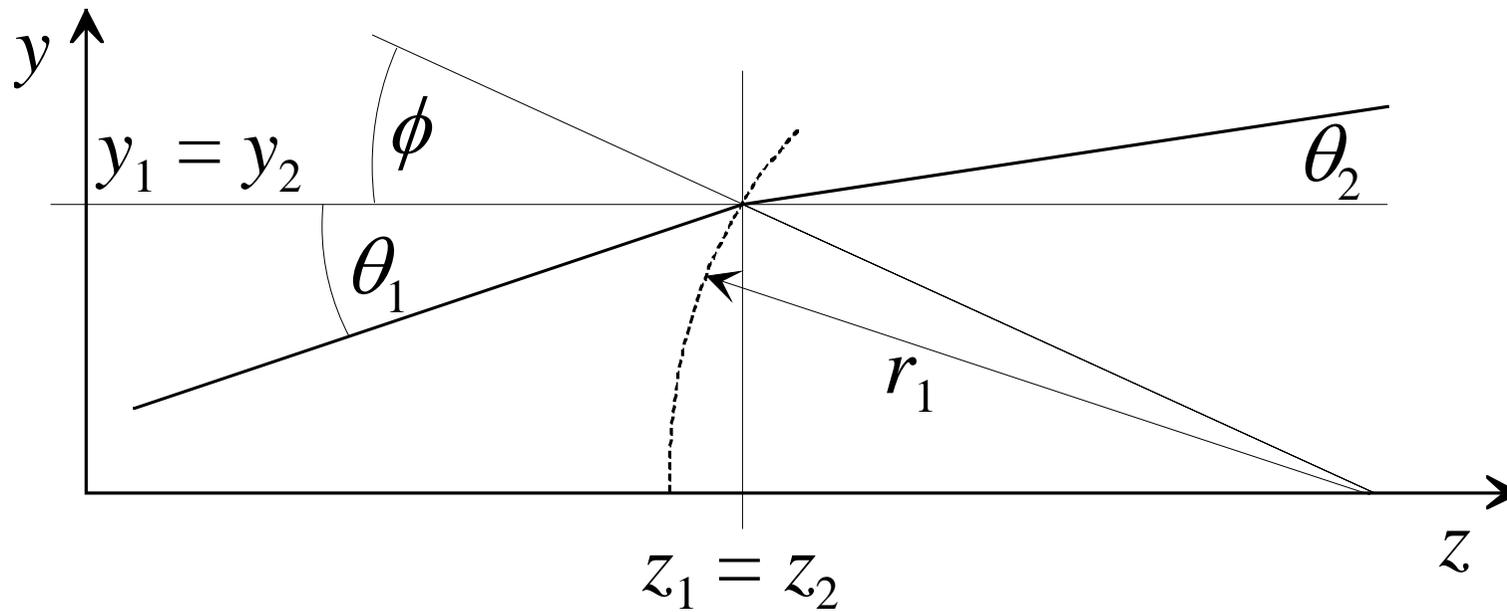
$$\theta_2 = \theta_1$$

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ n\theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \zeta / n \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ n\theta_1 \end{pmatrix} = \mathbf{T} \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ n\theta_1 \end{pmatrix}$$

$$\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$$

913 Theorie

Brechung an gekrümmter
Oberfläche

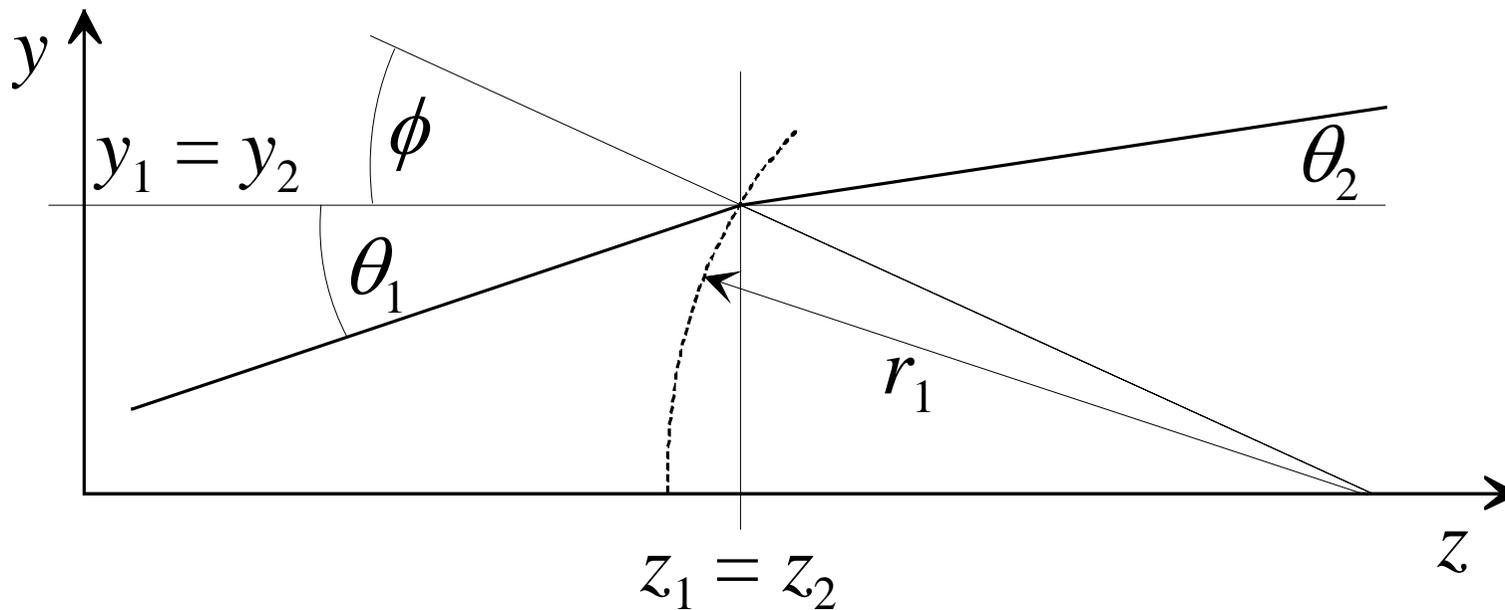


$$\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$$

913 Theorie

Brechung an gekrümmter
Oberfläche

$$\begin{aligned} n_1 \sin(\phi + \theta_1) &= \\ &= n_2 \sin(\phi + \theta_2) \longrightarrow n_1 \phi + n_1 \theta_1 = n_2 \phi + n_2 \theta_2 \end{aligned}$$



$$n_1\phi + n_1\theta_1 = n_2\phi + n_2\theta_2$$

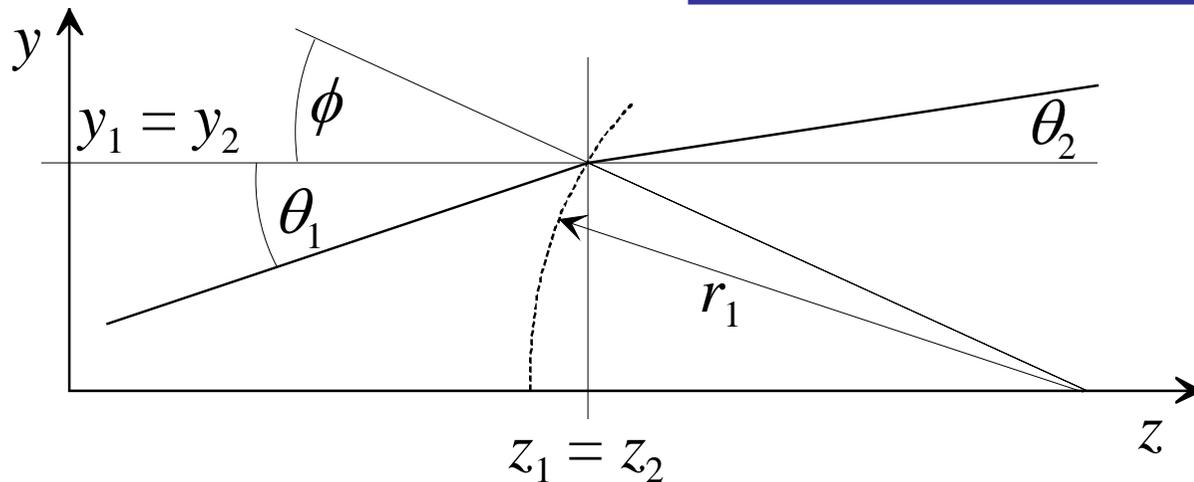
913 Theorie

Brechung an gekrümmter
Oberfläche

$$\phi = y_1 / r_1$$

$$n_2\theta_2 = n_1\theta_1 - \frac{(n_2 - n_1) \cdot y_1}{r_1}$$

$$y_2 = y_1$$



$$n_1\phi + n_1\theta_1 = n_2\phi + n_2\theta_2 \quad \mathbf{913} \text{ Theorie}$$

Brechungsmatrix R

$$\phi = y_1 / r_1 \quad n_2\theta_2 = n_1\theta_1 - \frac{(n_2 - n_1) \cdot y_1}{r_1}$$
$$y_2 = y_1$$

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ n_2\theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_1 - n_2}{r_1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ n_1\theta_1 \end{pmatrix} = \mathbf{R} \begin{pmatrix} y_1 \\ n_1\theta_1 \end{pmatrix}$$

913 Theorie

Abbildungen: Translation
und Brechung

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ n_2 \theta_2 \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} y_1 \\ n_1 \theta_1 \end{pmatrix} = \mathbf{RT} \begin{pmatrix} y_1 \\ n_1 \theta_1 \end{pmatrix}$$

$$\det(\mathbf{R}) = \det(\mathbf{T}) = 1 = \det(\mathbf{M})$$

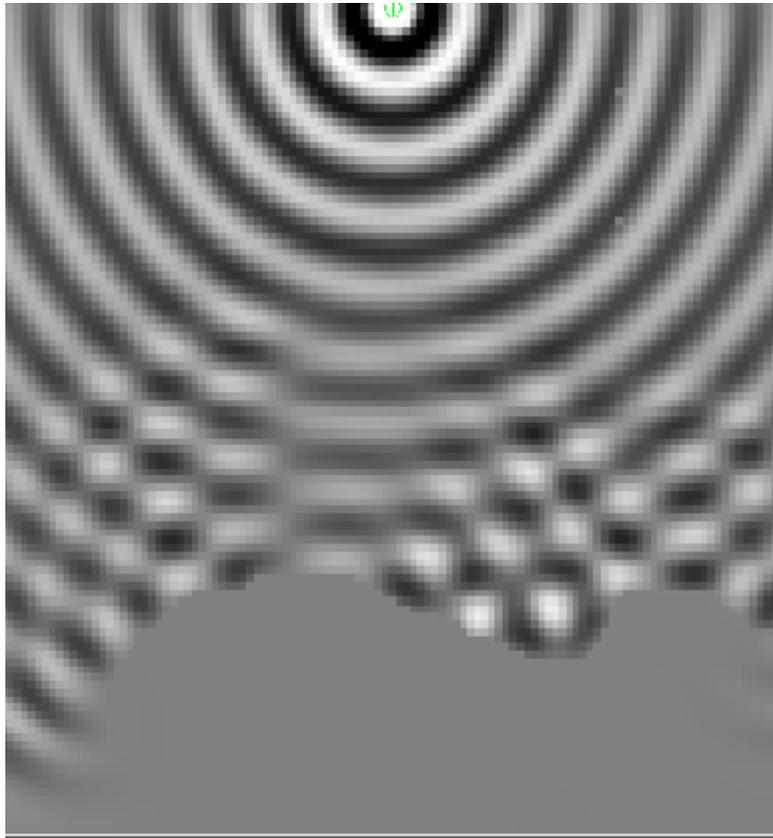
921 Interferenz und Huygensches Prinzip



921 Ziele

- Das Huygensche Prinzip erklären können
- Superpositionsprinzip anwenden können

921 Theorie



Mit der geometrischen Optik können viele optische Effekte nicht erklärt werden

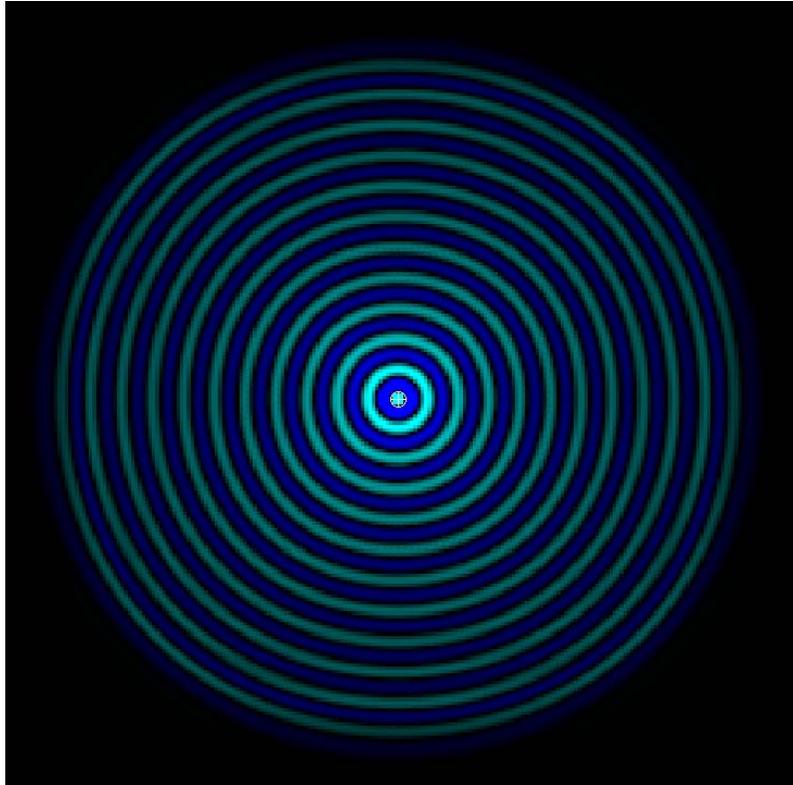
z.B.

Warum hängt der Brechungsindex mit der Lichtgeschwindigkeit zusammen?

Warum ist die Auflösung von optischen Systemen begrenzt?

921 Theorie

Kugelwellen



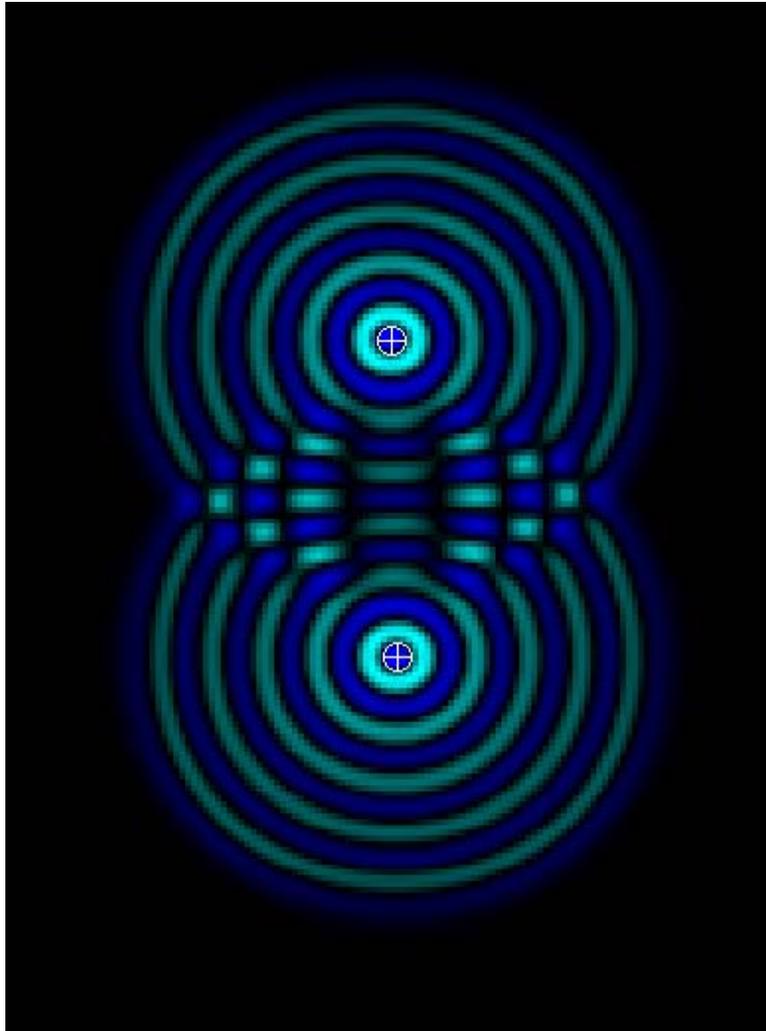
$$u = \hat{u}(\vec{r}) \cdot \cos(\vec{k} \bullet \vec{r} - \omega t)$$

921 Theorie

Superposition von
Kugelwellen

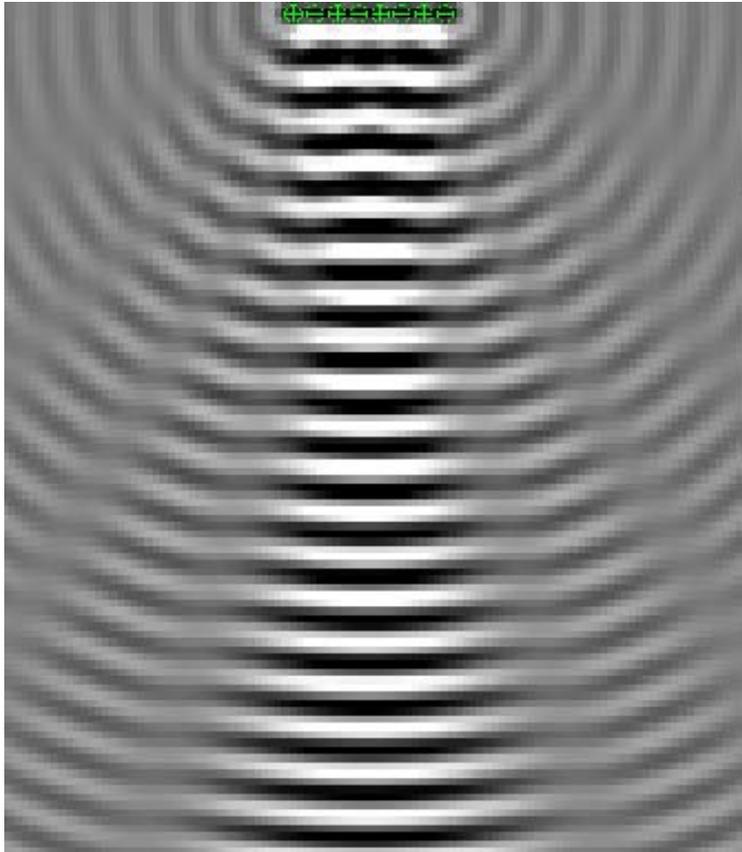
$$u = \hat{u}(\vec{r}) \cdot \cos(\vec{k} \bullet \vec{r} - \omega t)$$

$$u(\vec{r}, t) = u_1(\vec{r}, t) + u_2(\vec{r}, t)$$



921 Theorie

Superposition von vielen
Kugelwellen



$$u = \hat{u}(\vec{r}) \cdot \cos(\vec{k} \bullet \vec{r} - \omega t)$$

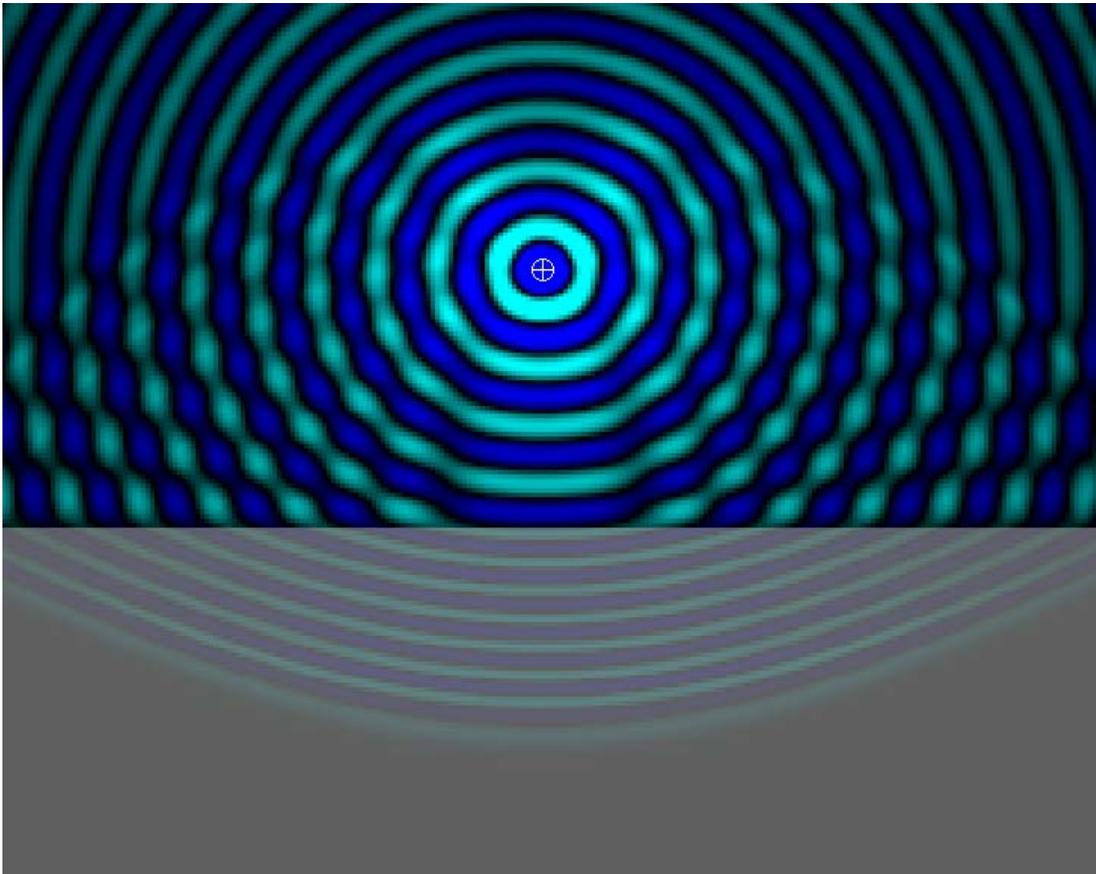
$$u(\vec{r}, t) = u_1(\vec{r}, t) + u_2(\vec{r}, t)$$

$$u(\vec{r}, t) \approx$$

$$\sum_i \frac{\hat{u}_i}{r_i} \cdot \cos(\vec{k}_i \bullet \vec{r} - \omega t + \varphi_i)$$

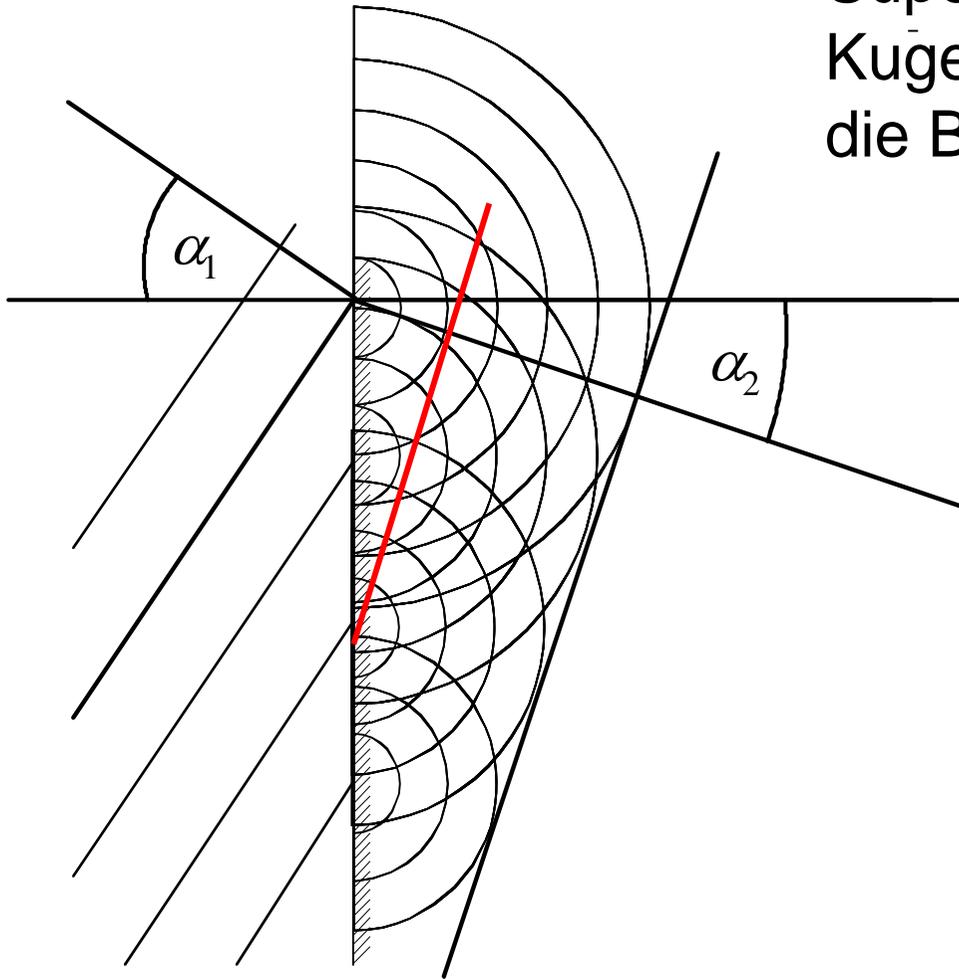
921 Theorie

Superposition von vielen
Kugelwellen: Anwendung auf
die Brechung



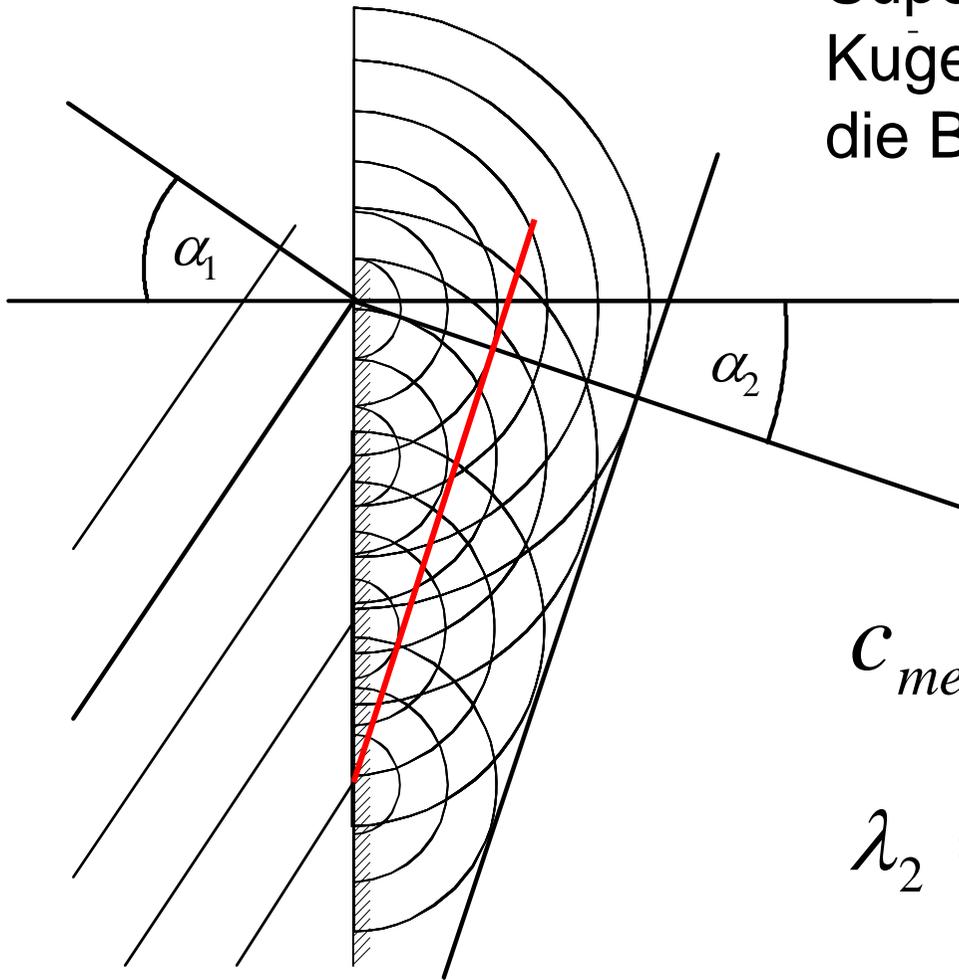
921 Theorie

Superposition von vielen
Kugelwellen: Anwendung auf
die Brechung



921 Theorie

Superposition von vielen
Kugelwellen: Anwendung auf
die Brechung

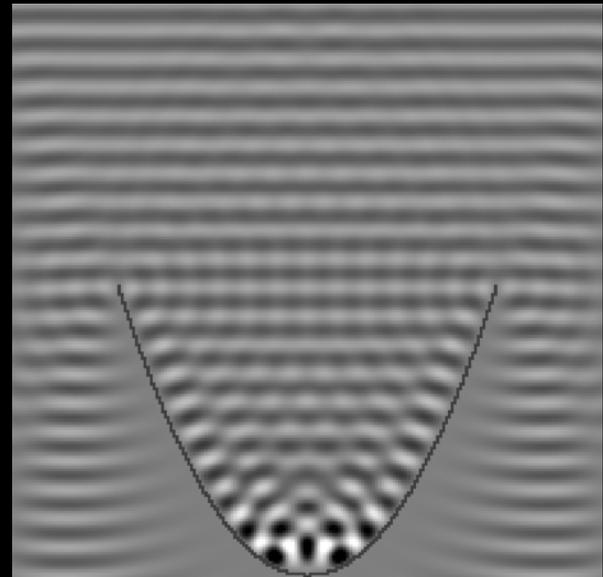
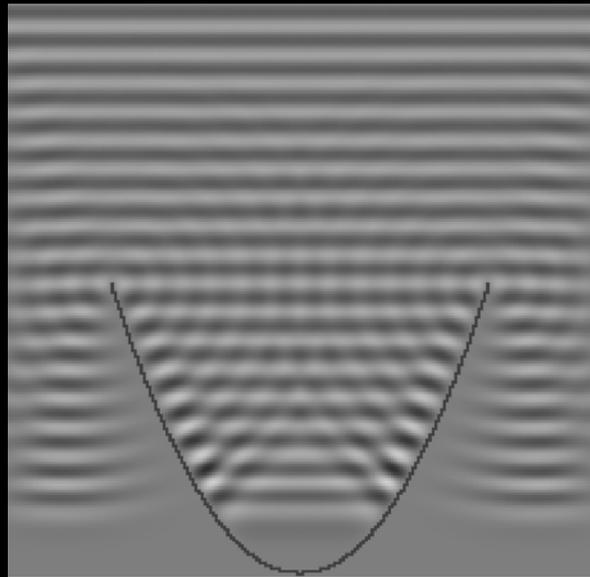
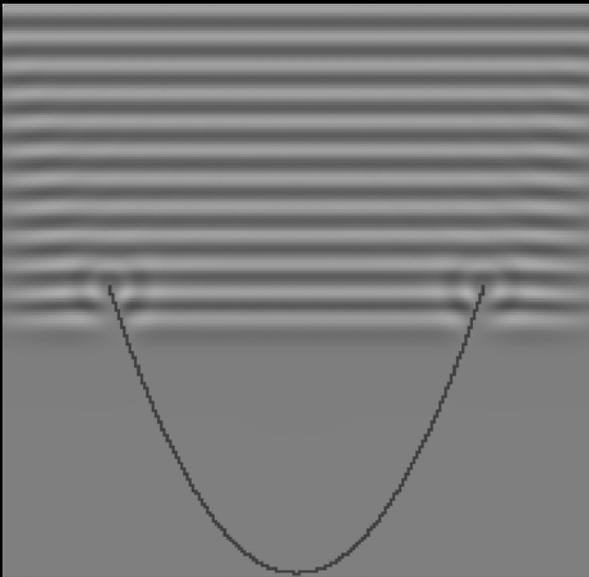


$$c_{\text{medium}} = c_{\text{Vakuum}} / n_2$$

$$\lambda_2 = c_{\text{Vakuum}} / (n_2 \cdot \nu)$$

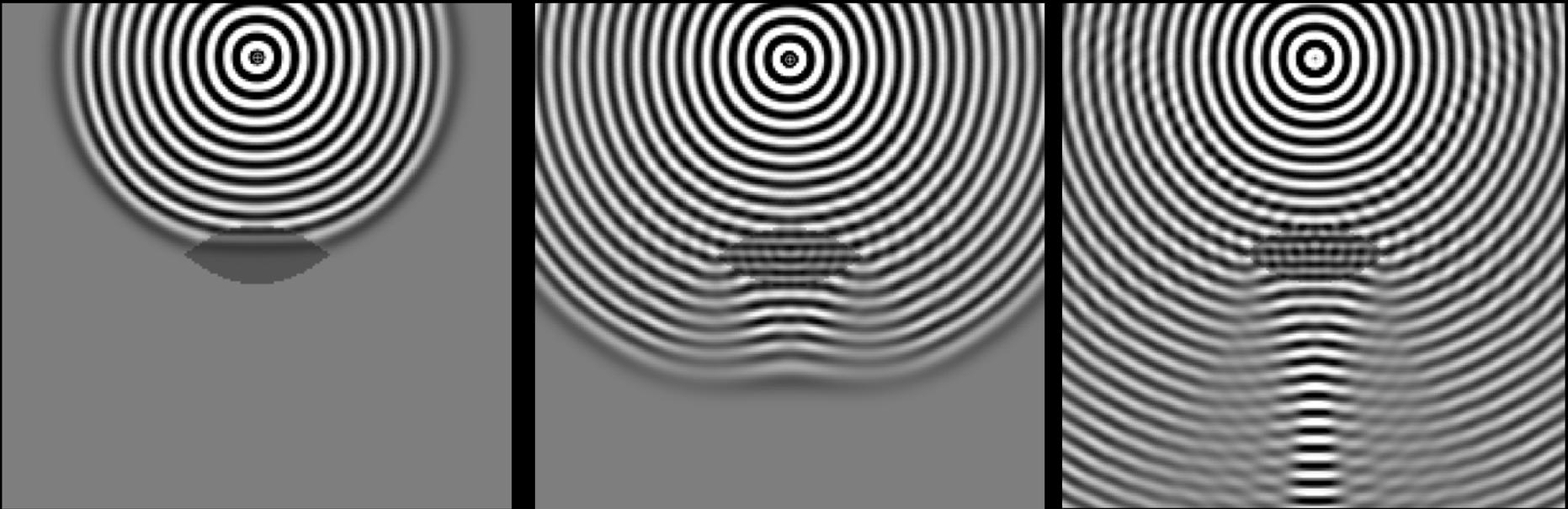
921 Theorie

Superposition von vielen
Kugelwellen: Anwendung auf
Spiegel



921 Theorie

Superposition von vielen
Kugelwellen: Anwendung auf
Linsen



922 Beugung am Gitter

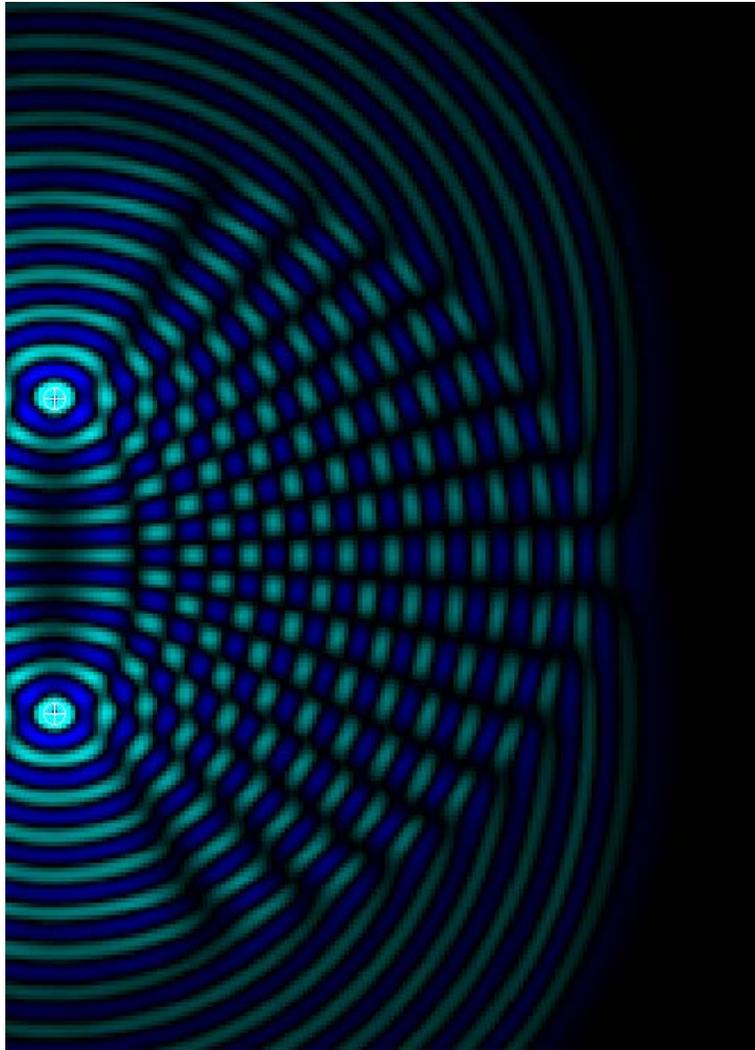


922 Ziele

- durch Doppelspalt und Gitter erzeugte Interferenzmuster beschreiben können
- Gitterkonstante aus Beugungsmuster berechnen können

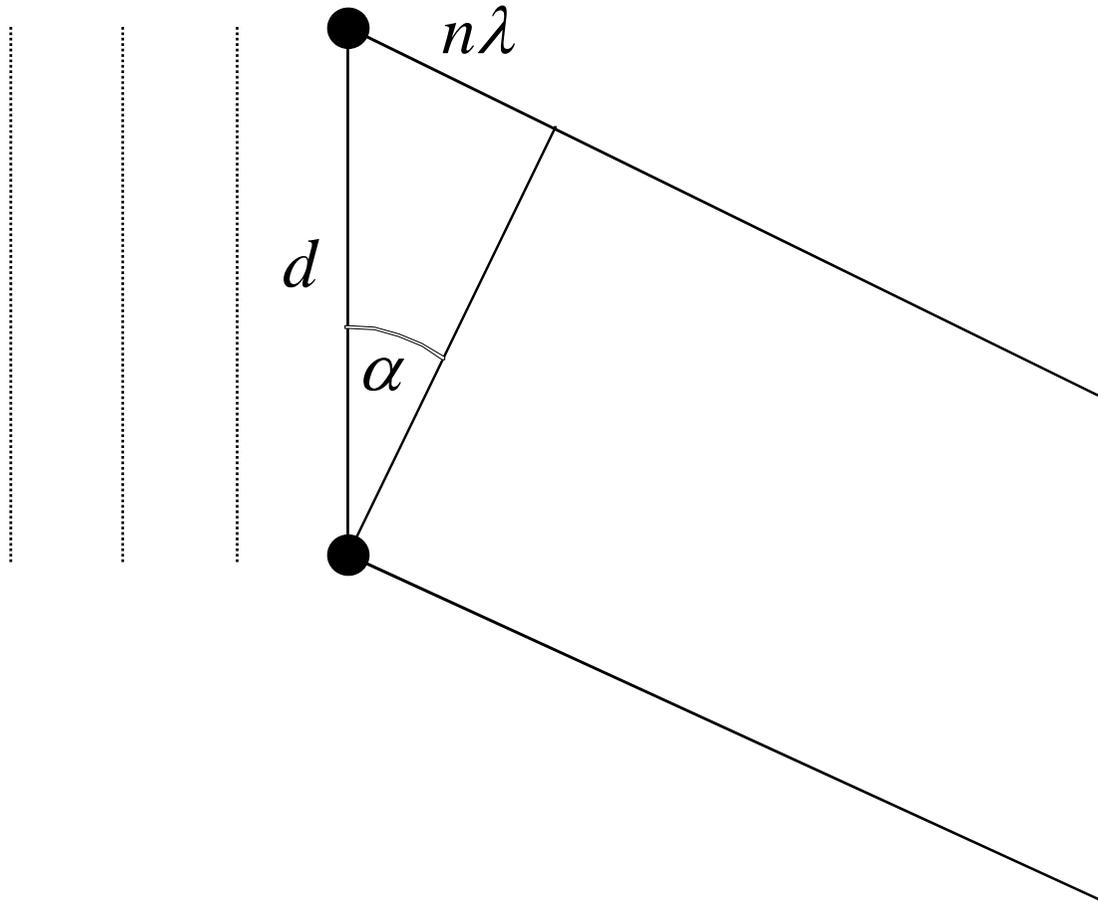
922 Theorie

Konstruktive Interferenz bei
zwei Punktquellen



922 Theorie

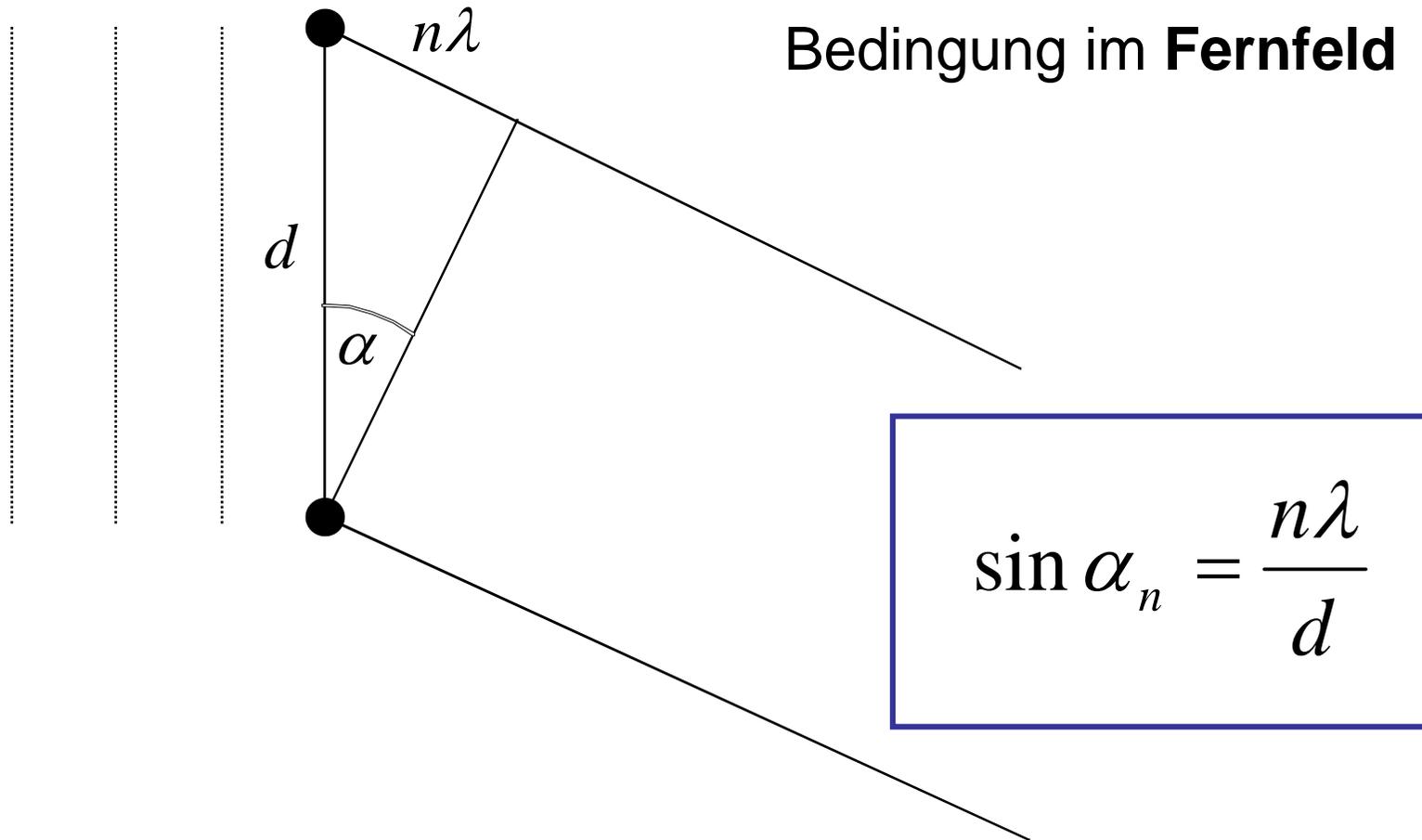
Konstruktive Interferenz bei
zwei Punktquellen



922 Theorie

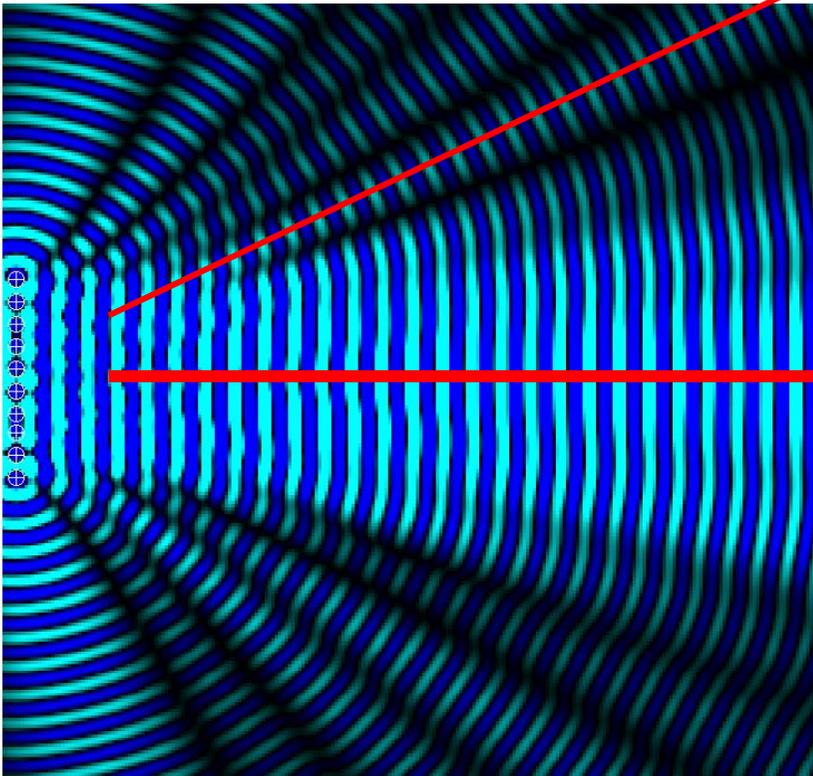
Konstruktive Interferenz bei
zwei Punktquellen

Bedingung im **Fernfeld**



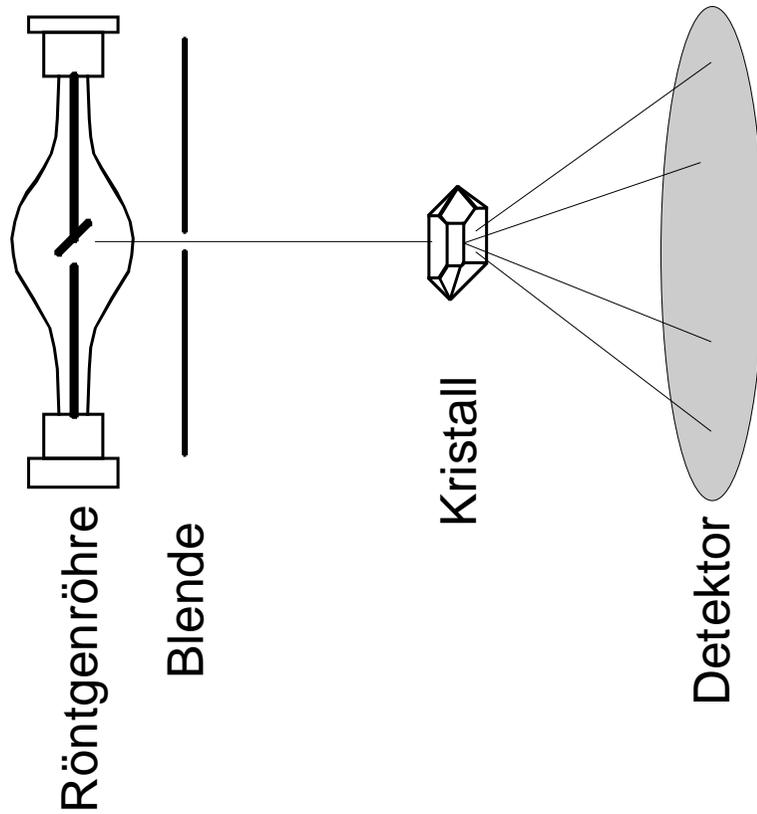
922 Theorie

Konstruktive Interferenz bei vielen Punktquellen (analog zu Beugung am Gitter)



Im Fernfeld

$$\sin \alpha_n = \frac{n\lambda}{d}$$



922 Theorie

Konstruktive Interferenz bei zwei Punktquellen

Anwendung: Kristallstruktur-Bestimmung

$$\sin \alpha_n = \frac{n\lambda}{d}$$

931 Wechselwirkung von Atomen mit Licht



931 Ziele

- Begriff Wellen-Teilchen-Dualismus erklären können
- Impuls und Energie eines Photons aus der Wellenlänge berechnen können
- Beispiele nennen können, welche die Limitationen der klassischen Mechanik aufzeigen

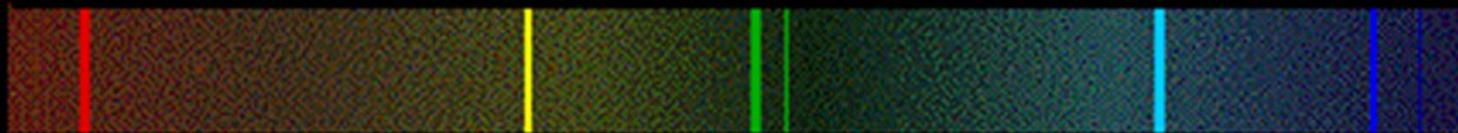
931 Theorie

Atomspektren

Continuous Spectrum



Emission Spectrum

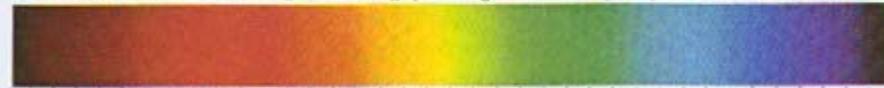


Absorption Spectrum



EMISSION SPECTRA

CONTINUOUS SPECTRUM (Incandescent solids or liquids and incandescent gases under high pressure give continuous spectra) **INCANDESCENT LAMP**



7500 7000 6500 6000 5500 5000 4500 4000 Å

BRIGHT LINE SPECTRA (Incandescent or electrically excited gases under low pressure give bright line spectra)



MERCURY

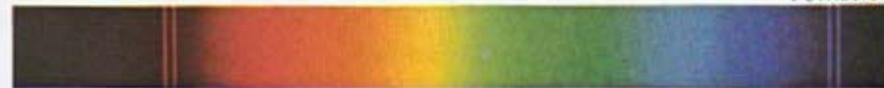
LITHIUM



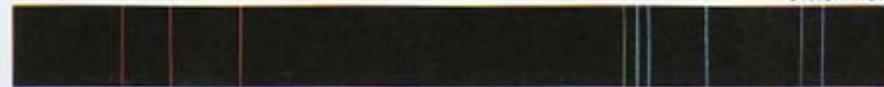
CADIUM



POTASSIUM



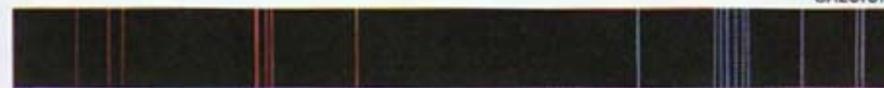
STRONTIUM



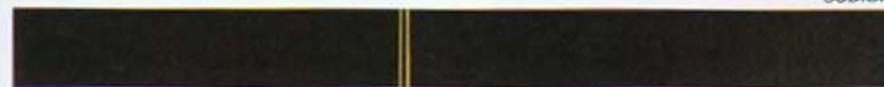
BARIUM



CALCIUM



SODIUM



HELIUM



HYDROGEN



7500 7000 6500 6000 5500 5000 4500 4000 Å



931 Theorie

Energie und Impuls eines
Photons

$$E_{\gamma} = h\nu$$

$$E_{\gamma} = \frac{h}{2\pi} \cdot 2\pi\nu = \hbar\omega$$

$$p = \frac{h}{\lambda} = \hbar k$$

931 Theorie

LIGHT IS A

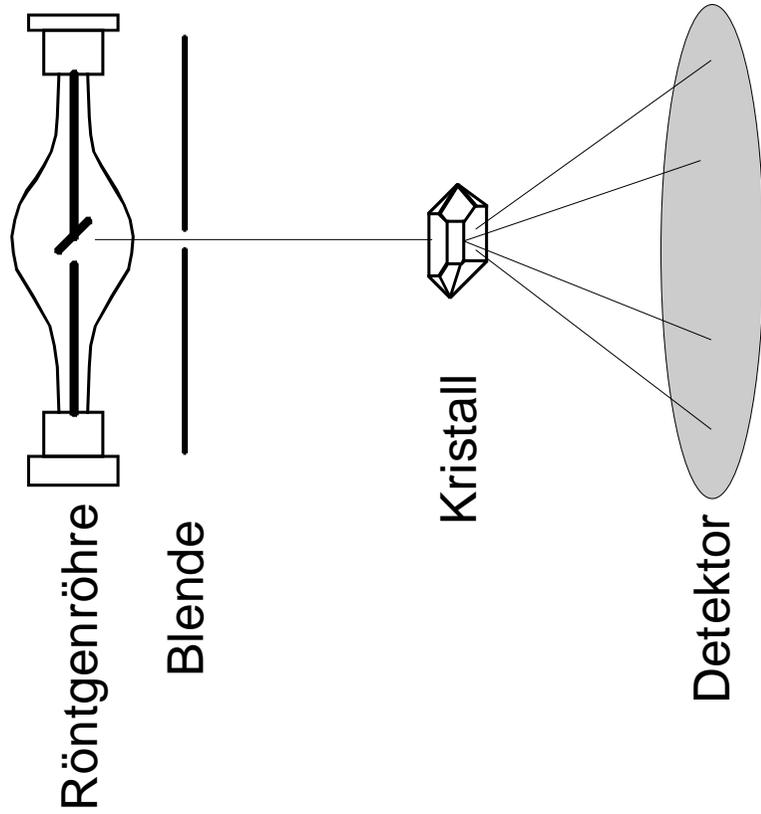
WAVE!

932 Wellenmechanische Beschreibung des freien Teilchens



932 Ziele

- Energie und Wellenlänge von beschleunigten Elektronen berechnen können
- Entstehung von Elektronenbeugungsbildern erklären und Beugungsaufspaltung berechnen können
- Die Axiome, welche zur Herleitung der Wellenfunktion benötigt werden, nennen können
- Die Unterschiede von Schrödingergleichung und klassischer Wellengleichung nennen können



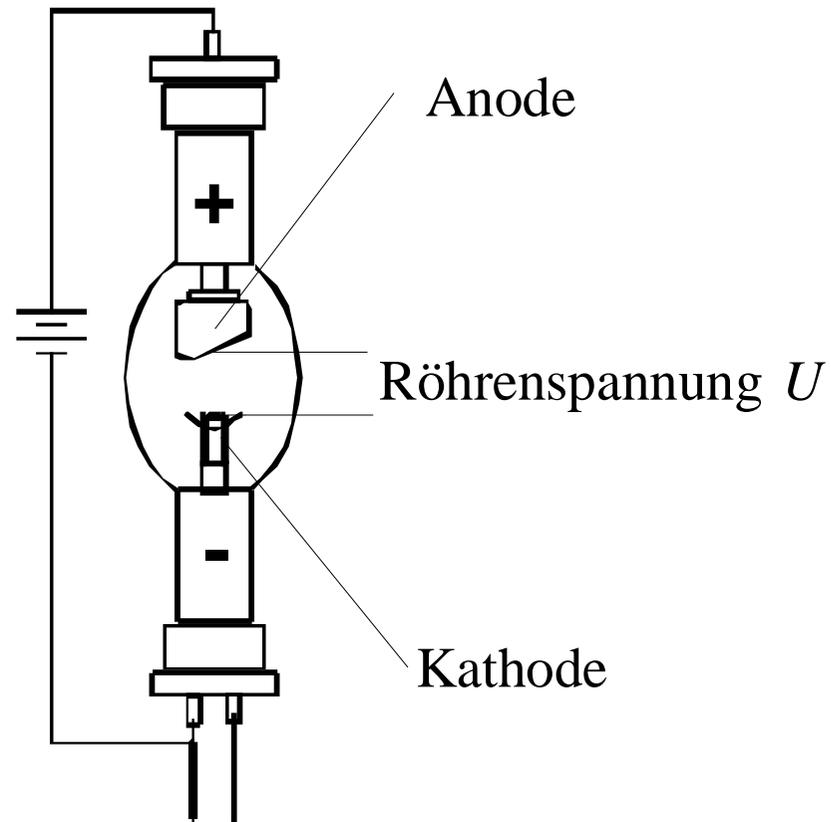
932 Theorie

Nochmals Beugung am
Kristall

$$\sin \alpha_n = \frac{n\lambda}{d}$$

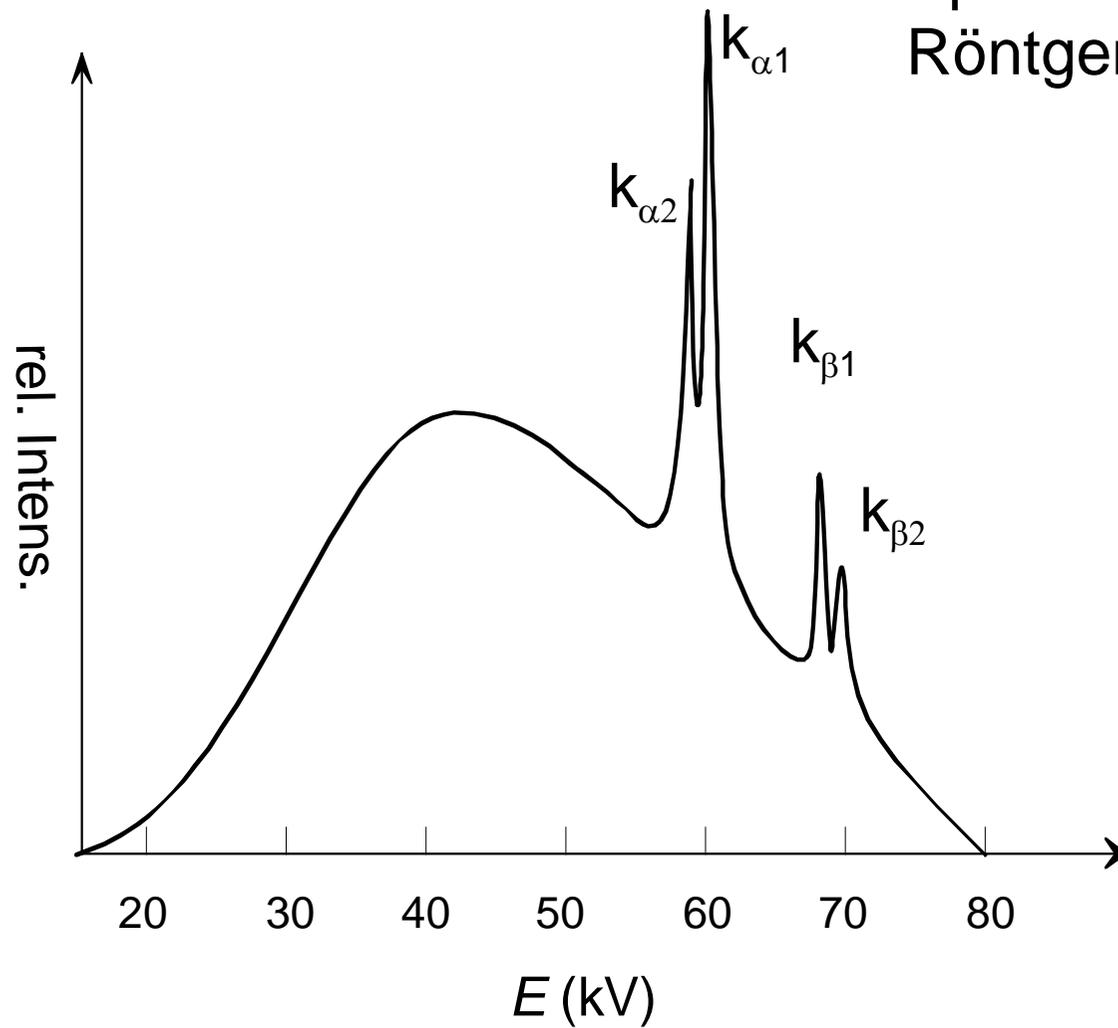
932 Theorie

Erzeugung von Röntgenstrahlung



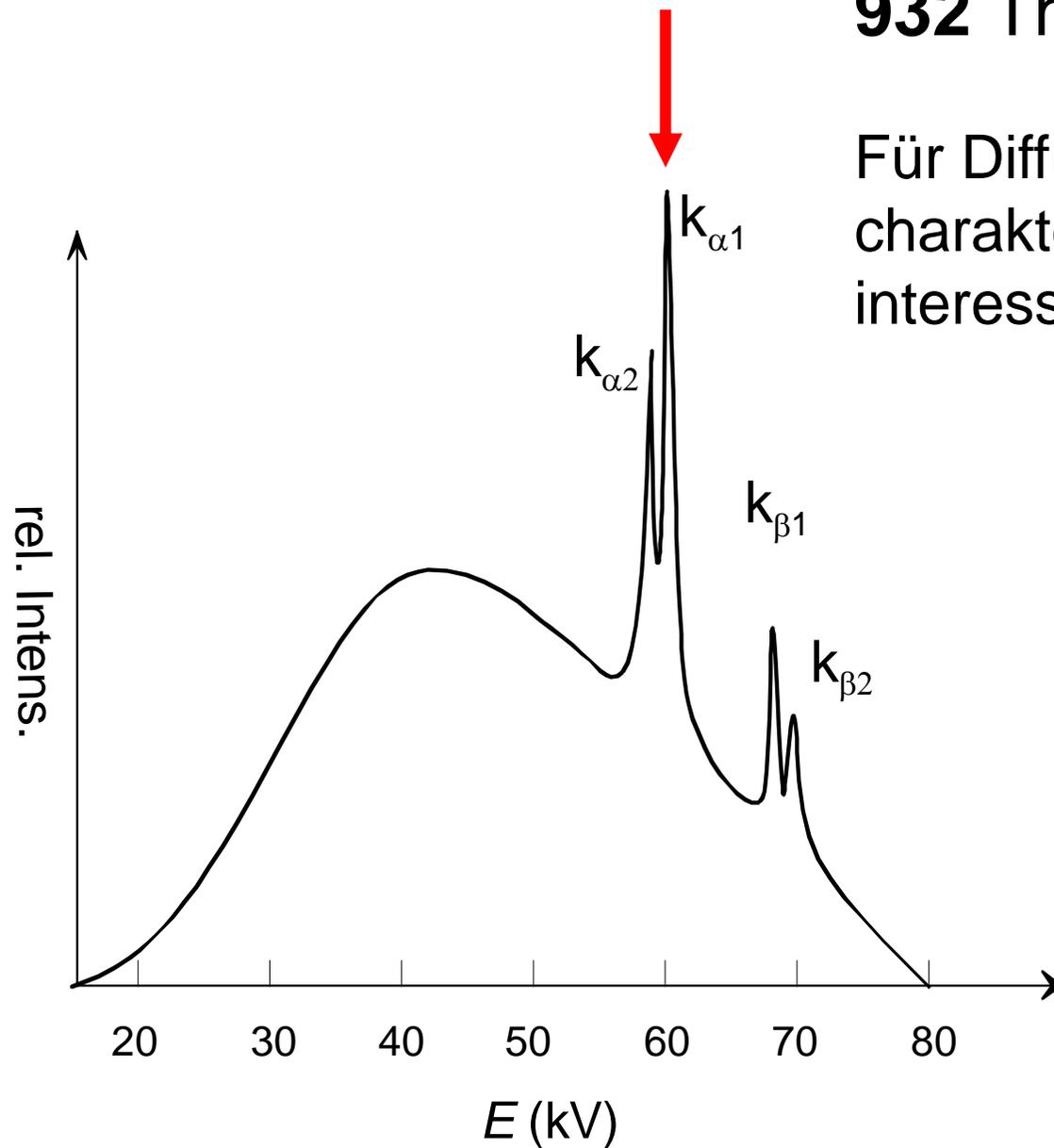
932 Theorie

Spektrum einer
Röntgenröhre



932 Theorie

Für Diffraktion vor allem
charakteristische Linien
interessant





932 Theorie

funktioniert auch mit
Elektronen

$$\sin \alpha_n = \frac{n\lambda}{d}$$

932 Theorie

Energie und Frequenz eines beschleunigten Elektrons

$$E = eU = h\nu$$

$$\rightarrow \nu = \frac{eU}{h}$$

932 Theorie

Energie und Frequenz eines beschleunigten Elektrons

Wellenlänge

$$E = eU = h\nu$$

$$\rightarrow \nu = \frac{eU}{h}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$p = m_e \cdot v$$

$$eU = mv^2 / 2$$

$$\lambda = \frac{h}{m_e \cdot v}$$

$$E = eU = h\nu$$

$$\rightarrow \nu = \frac{eU}{h}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$p = m_e \cdot v$$

$$eU = mv^2 / 2$$

932 Theorie

Energie und Frequenz eines beschleunigten Elektrons

Wellenlänge

$$\lambda = \frac{h}{m_e \cdot v} = \frac{h}{m_e \cdot \sqrt{\frac{2eU}{m_e}}}$$

$$= \frac{h}{\sqrt{2m_e \cdot eU}}$$

932 Theorie

Energie und Frequenz eines beschleunigten Elektrons

Wellenlänge und Beugungswinkel

$$\lambda = d \cdot \frac{\sin \alpha_n}{n}$$

$$\lambda = d \cdot \frac{\sin \alpha_n}{n} = \frac{h}{\sqrt{2m_e \cdot eU}}$$

932 Theorie

Energie und Frequenz eines beschleunigten Elektrons

Wellenlänge und Beugungswinkel

$$\lambda = d \cdot \frac{\sin \alpha_n}{n}$$

$$\lambda = d \cdot \frac{\sin \alpha_n}{n} = \frac{h}{\sqrt{2m_e \cdot eU}}$$

$$\rightarrow \alpha_n = \arcsin \left(\frac{nh}{d \cdot \sqrt{2m_e \cdot eU}} \right)$$

932 Theorie

Axiome für eine
"Wellenmechanik"

Auch für Teilchen mit
Ruhemasse kann Impuls
und Energie einer Frequenz
bzw. Wellenlänge
zugeordnet werden

→ Wellenfunktion

$$p = \hbar k$$

$$E = \hbar \omega$$

$$\psi(x, t) = e^{i(kx - \omega t)}$$

$$\psi(x, t) = e^{i(kx - \omega t)}$$

932 Theorie

Wellenfunktion: Gibt es dazu eine Wellengleichung?

932 Theorie

$$\psi(x, t) = e^{i(kx - \omega t)}$$

Wellenfunktion: Gibt es dazu eine Wellengleichung?

$$\frac{d\psi}{dt} = -i\omega \cdot e^{i(kx - \omega t)} = -i\omega \cdot \psi$$

932 Theorie

$$\psi(x, t) = e^{i(kx - \omega t)}$$

Wellenfunktion: Gibt es dazu eine Wellengleichung?

$$\frac{d\psi}{dt} = -i\omega \cdot e^{i(kx - \omega t)} = -i\omega \cdot \psi$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -k^2 \cdot e^{i(kx - \omega t)} = -k^2 \cdot \psi$$

932 Theorie

Energiebetrachtung für
freies Teilchen

$$E_{kin} = p^2 / 2m$$

$$E = E_{kin}$$

$$E\psi = \left(p^2 / (2m) \right) \cdot \psi$$

932 Theorie

$$E_{kin} = p^2 / 2m$$

Energiebetrachtung für
freies Teilchen

$$E = E_{kin}$$

$$E\psi = \left(p^2 / (2m) \right) \cdot \psi$$

$$p = \hbar k$$

$$E = \hbar \omega$$

$$\rightarrow -\frac{\hbar}{i} \cdot \frac{d\psi}{dt} = -\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$$

$$\frac{d\psi}{dt} = -i\omega \cdot \psi$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -k^2 \cdot \psi$$

932 Theorie

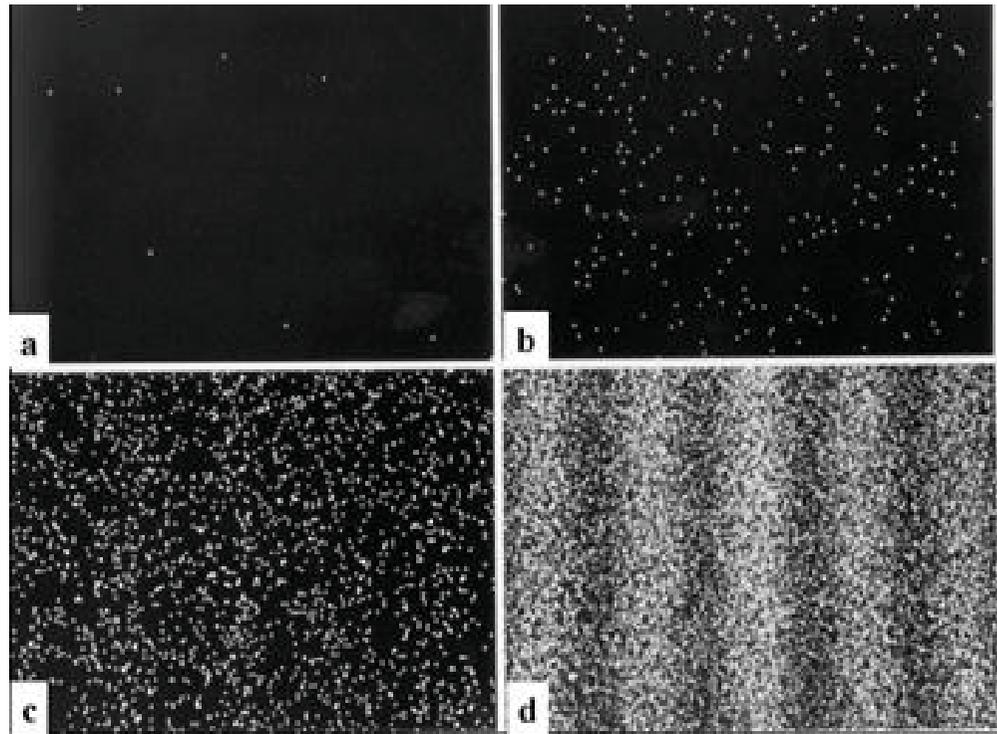
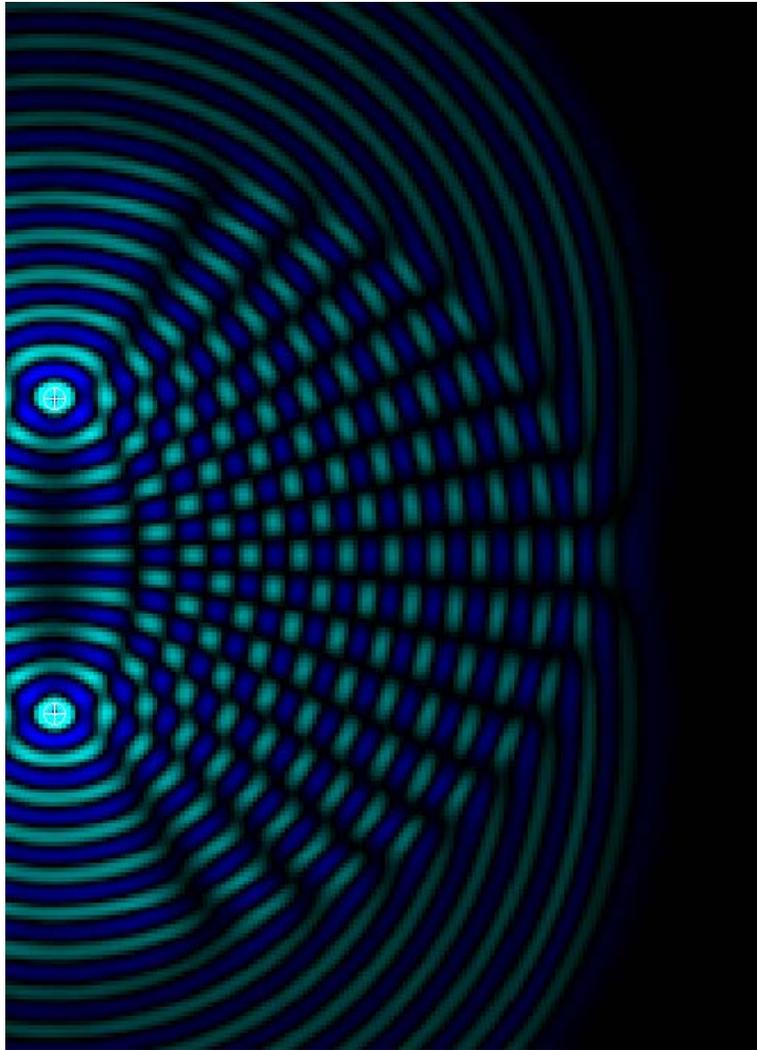
Es resultiert die
Schrödingergleichung für ein
freies Teilchen

$$-\frac{\hbar}{i} \cdot \frac{d\psi}{dt} = -\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{i\hbar}{2m} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$$

932 Theorie

Konstruktive Interferenz bei
zwei Punktquellen



933 Tunneleffekt und Unschärferelation



933 Ziele

- Die Aussagen der Unschärferelationen erklären können
- (numerische) Lösungen für stationäre Schrödingergleichung finden und untersuchen können

933 Theorie

Unschärferelation für Ort
und Impuls

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar$$

933 Theorie

Ort eines Teilchens:
Dichtefunktion

→ Aufenthalts-
wahrscheinlichkeit?

→ ist der Teilchenbegriff
überhaupt noch haltbar?

$$\rho(x, t) = |\psi(x, t)|^2$$

933 Theorie

stationäre
Schrödingergleichung

$$\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{d^2}{dx^2} [\psi] = (E_p - E) \cdot \psi$$

933 Theorie

Lösungen für stationäre
Schrödingergleichung?

$$\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{d^2}{dx^2} [\psi] = (E_p - E) \cdot \psi$$

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} = \frac{2m \cdot (E_p - E)}{\hbar^2} \cdot \psi = \kappa \psi$$

933 Theorie

Lösungen für stationäre
Schrödingergleichung:
Ansatz für $E > E_p$

$$\psi'' = -k^2 \psi$$



$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} = \frac{2m \cdot (E_p - E)}{\hbar^2} \cdot \psi = \kappa \psi$$

933 Theorie

Lösungen für stationäre
Schrödingergleichung:
Ansatz für $E > E_p$

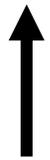
$$\psi'' = -k^2 \psi \quad \longrightarrow \quad \psi(x) = \hat{\psi} \cdot \sin(kx + \varphi)$$

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} = \frac{2m \cdot (E_p - E)}{\hbar^2} \cdot \psi = \kappa \psi$$

933 Theorie

Lösungen für stationäre
Schrödingergleichung:
Ansatz für $E < E_p$

$$\psi'' = +k^2\psi$$



$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{2m \cdot (E_p - E)}{\hbar^2} \cdot \psi = \kappa\psi$$

933 Theorie

Lösungen für stationäre
Schrödingergleichung:
Ansatz für $E < E_p$

$$\psi'' = +k^2\psi \quad \longrightarrow \quad \psi(x) = \hat{\psi} \cdot e^{kx}$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{2m \cdot (E_p - E)}{\hbar^2} \cdot \psi = \kappa\psi$$

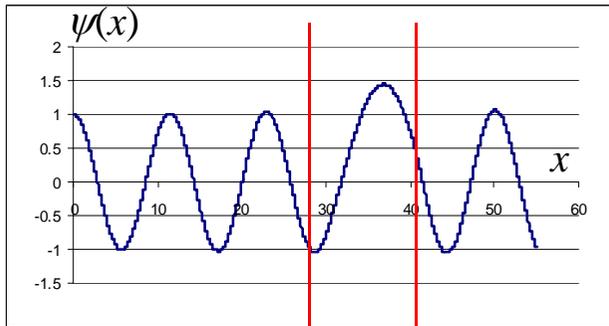


Fig.9a

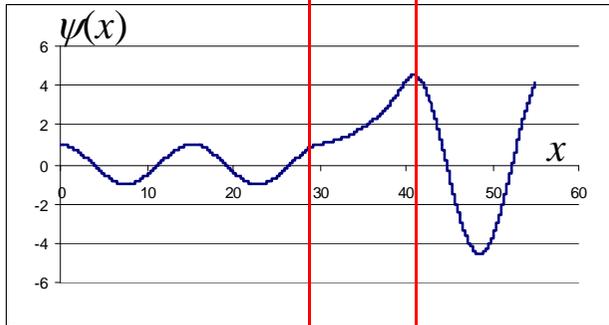
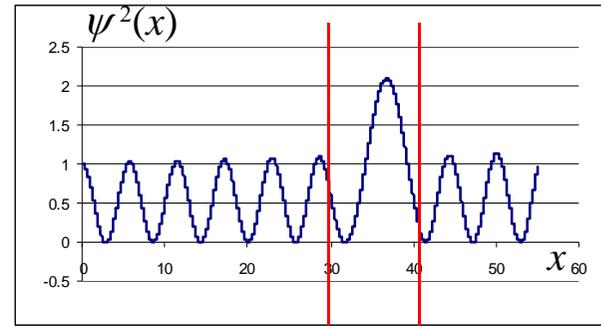


Fig.9b

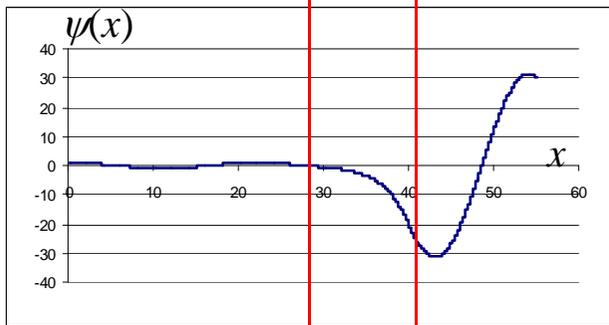
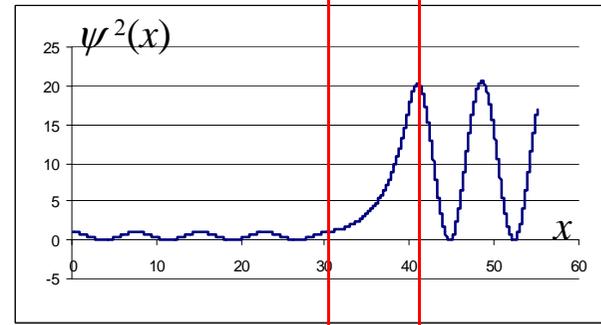
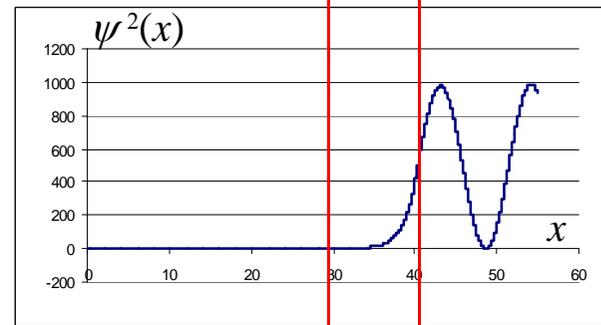


Fig.9c



934 Teilchen im Potentialtopf



934 Ziele

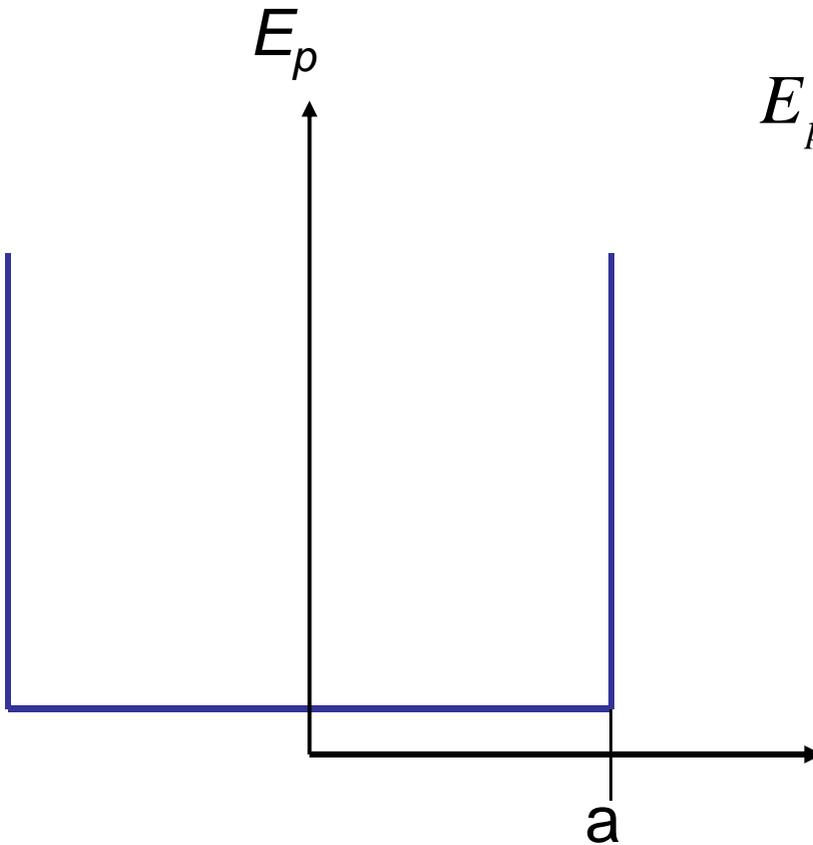
- Lösungen der stationären Schrödingergleichung für einfache Potentialtöpfe finden und diskutieren können
- Quantisierung der stationären Zustände erklären können

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{2m \cdot (E_p - E)}{\hbar^2} \cdot \psi$$

934 Theorie

Potentialtopf

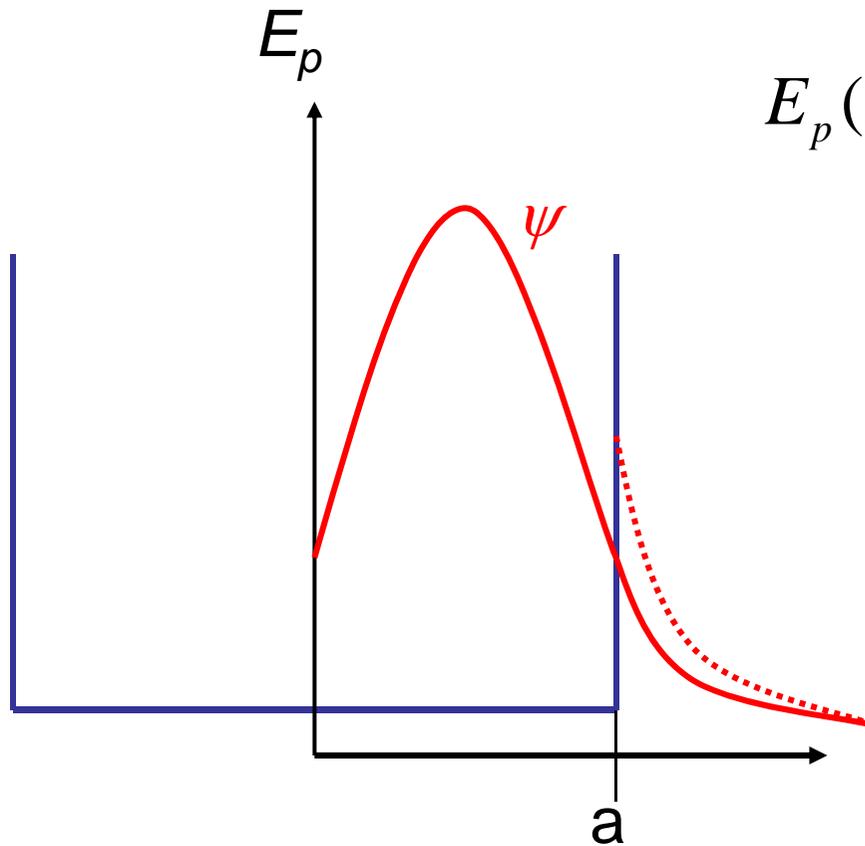
$$E_p(x) = \begin{cases} E_a > E & \text{für } x^2 > a^2 \\ E_i < E & \text{für } x^2 < a^2 \end{cases}$$



$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{2m \cdot (E_p - E)}{\hbar^2} \cdot \psi$$

934 Theorie

Potentialtopf

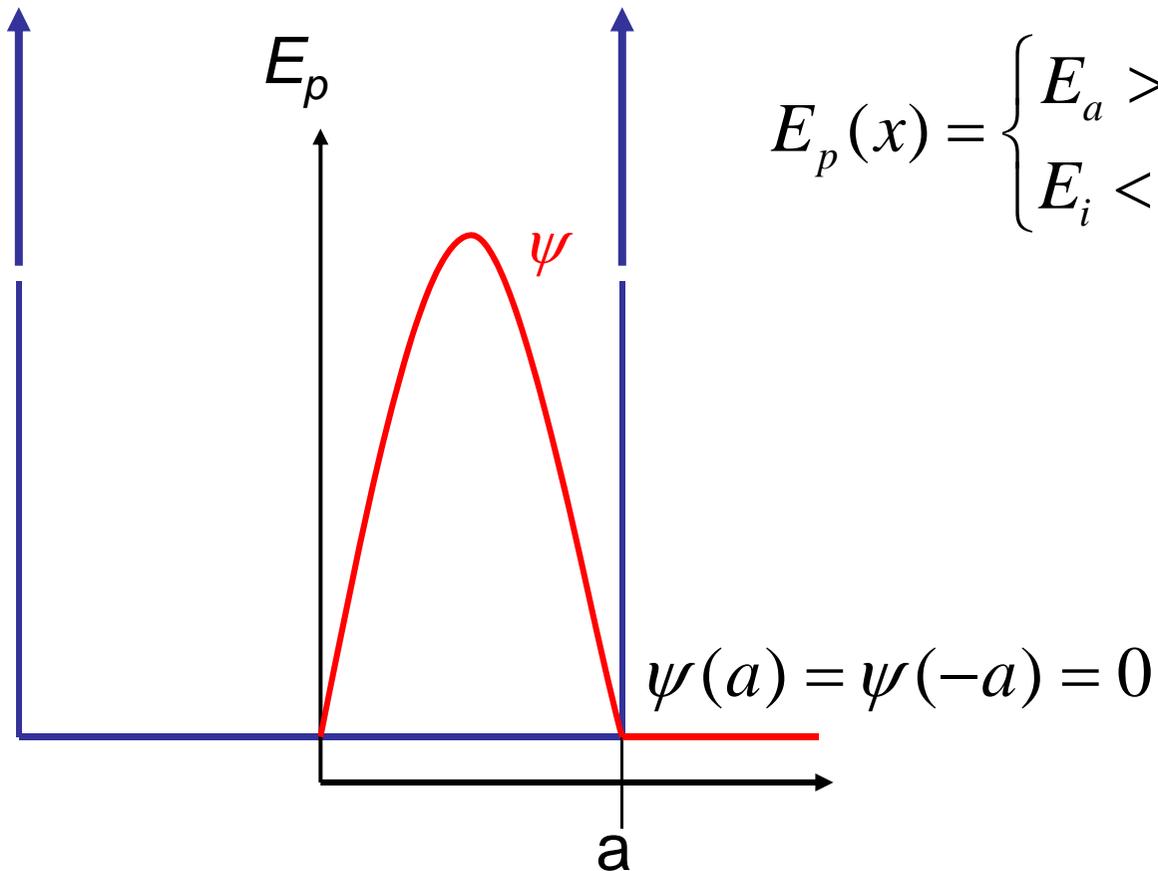


$$E_p(x) = \begin{cases} E_a > E & \text{für } x^2 > a^2 \\ E_i < E & \text{für } x^2 < a^2 \end{cases}$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{2m \cdot (E_p - E)}{\hbar^2} \cdot \psi$$

934 Theorie

Potentialtopf

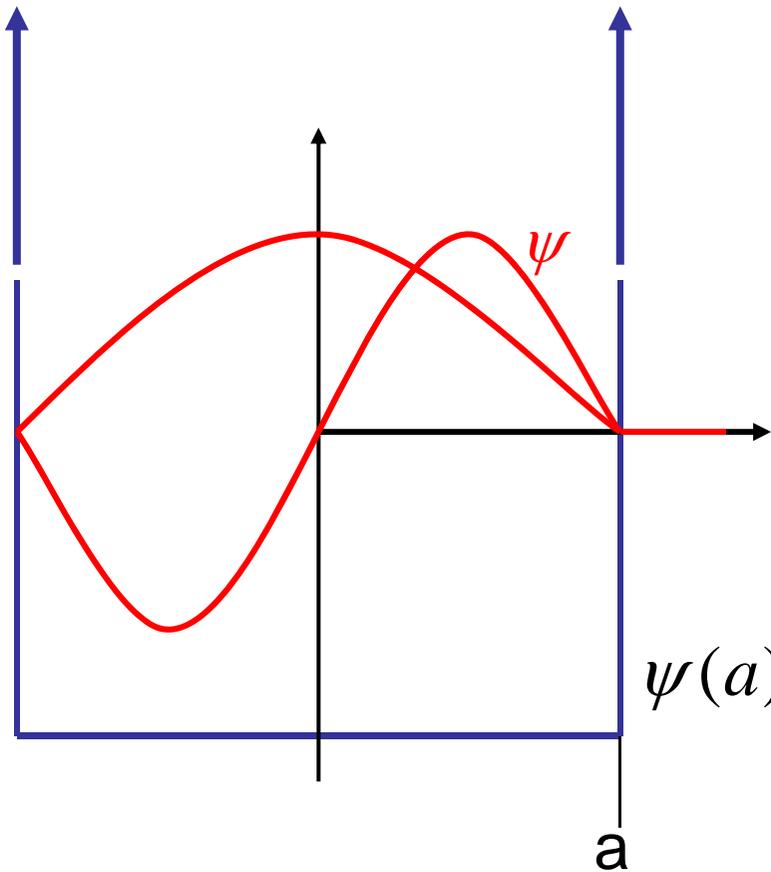


$$E_p(x) = \begin{cases} E_a > E & \text{für } x^2 > a^2 \\ E_i < E & \text{für } x^2 < a^2 \end{cases}$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{2m \cdot (E_p - E)}{\hbar^2} \cdot \psi$$

934 Theorie

Potentialtopf



$$\psi(x) = \hat{\psi} \cdot \sin(kx)$$

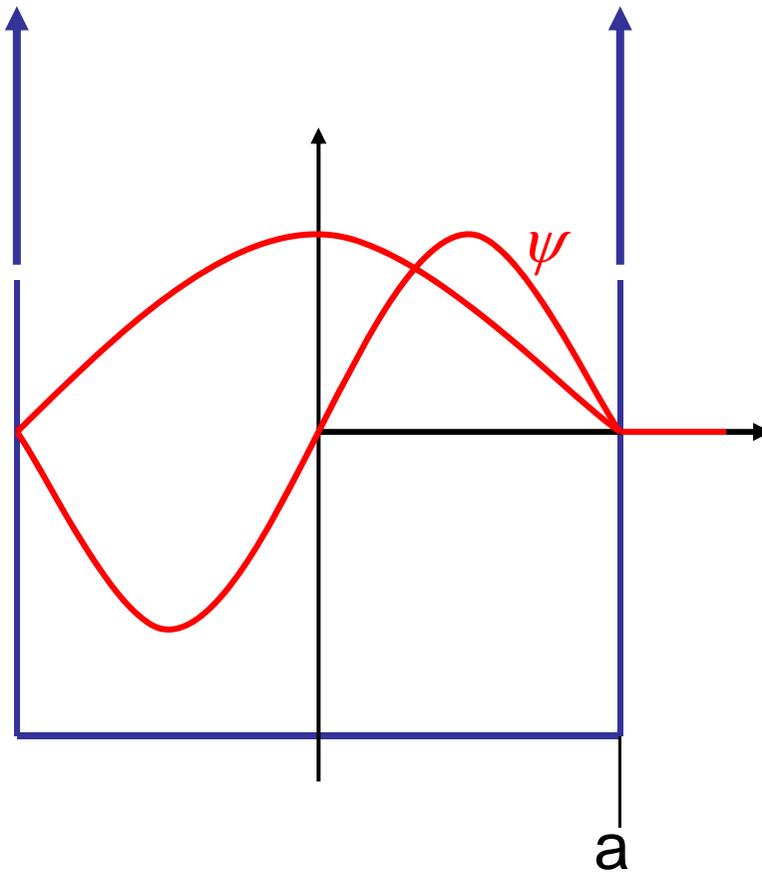
$$k_n = \frac{\pi \cdot n}{2a}$$

$$\psi(a) = \psi(-a) = 0$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{2m \cdot (E_p - E)}{\hbar^2} \cdot \psi$$

934 Theorie

Potentialtopf: Zustände sind quantisiert



$$\psi(x) = \hat{\psi} \cdot \sin(kx)$$

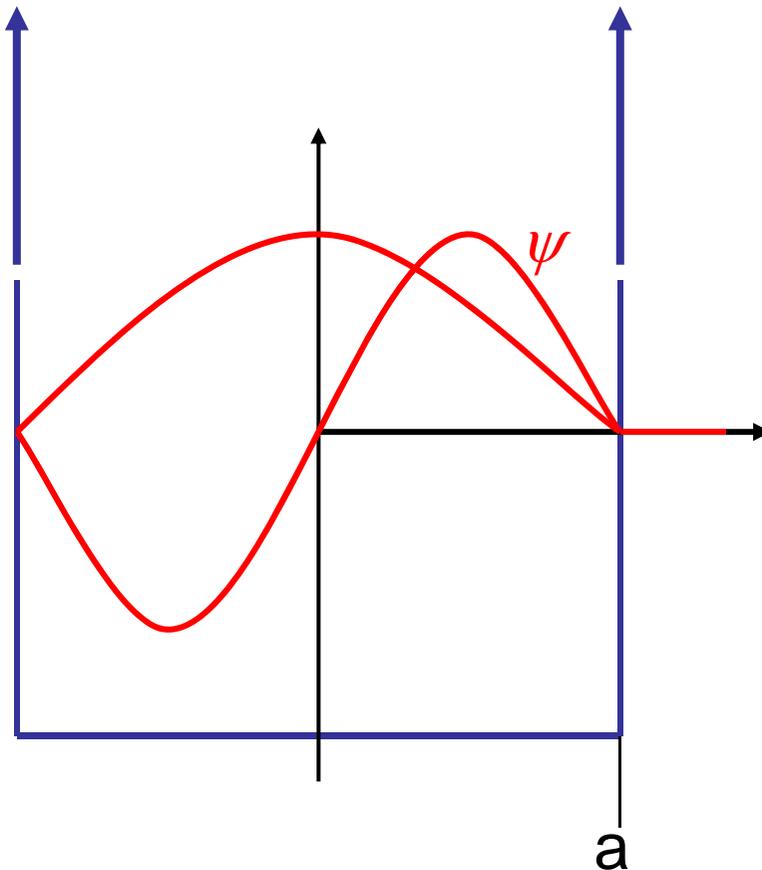
$$k_n = \frac{\pi \cdot n}{2a}$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{2m \cdot (E_p - E)}{\hbar^2} \cdot \psi$$

934 Theorie

Potentialtopf: Zustände sind quantisiert

→ dies gilt auch für andere Potentialformen
(Wasserstoffatom 935,
Kernpotentiale 940)



935 Wasserstoff-Atom

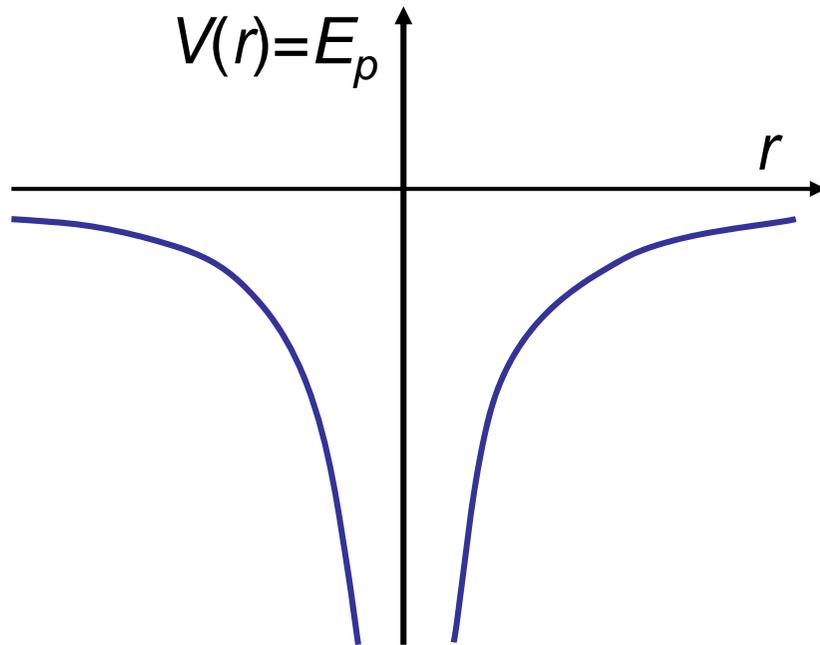


935 Ziele

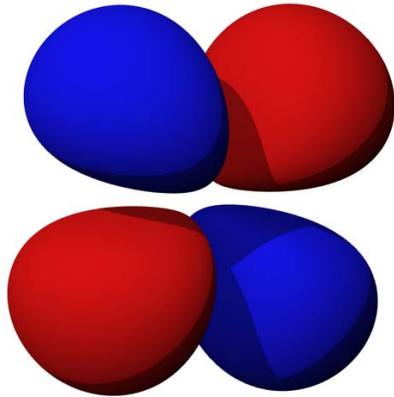
- Lösungen für den radialen Teil der stationären Schrödingergleichung numerisch berechnen und bewerten können
- Die Energieniveaus im Wasserstoffatom schematisch aufzeichnen können

935 Theorie

Lösung für stationäre
Schrödingergleichung für
Coulomb- Potential (1D bzw
3D)



935 Theorie



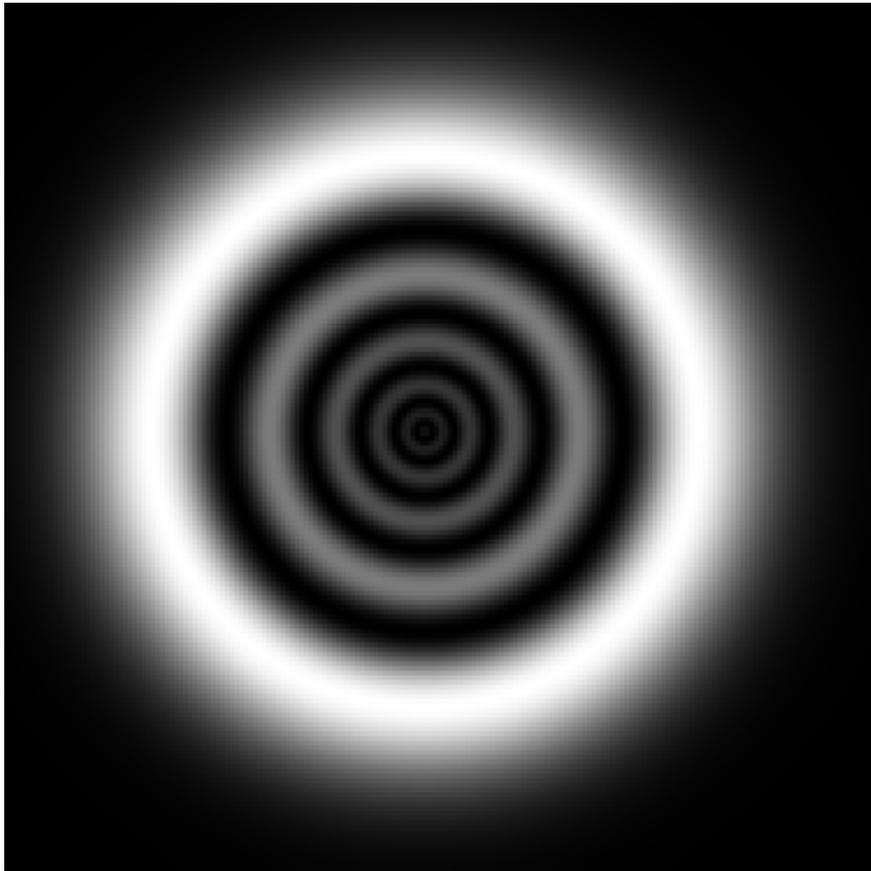
Lösung für stationäre
Schrödingergleichung für
Coulomb- Potential:

Ansatz: separierbare
Lösungsfunktion

$$\psi(r, \vartheta, \phi) = R(r) \cdot \Theta(\vartheta) \cdot \Phi(\phi)$$

935 Theorie

$$\psi(r, \vartheta, \phi) = R(r) \cdot \Theta(\vartheta) \cdot \Phi(\phi)$$



Numerisch
berechnetes 6s-Orbital
([http://en.wikipedia.org/
wiki/Atomic_orbital](http://en.wikipedia.org/wiki/Atomic_orbital), 10.05.2012)

	$s (l=0)$	$p (l=1)$			$d (l=2)$					$f (l=3)$						
	$m=0$	$m=0$	$m=\pm 1$		$m=0$	$m=\pm 1$		$m=\pm 2$		$m=0$	$m=\pm 1$		$m=\pm 2$		$m=\pm 3$	
	s	p_z	p_x	p_y	d_{z^2}	d_{xz}	d_{yz}	d_{xy}	$d_{x^2-y^2}$	f_{z^3}	f_{xz^2}	f_{yz^2}	f_{xyz}	$f_{z(x^2-y^2)}$	$f_{x(x^2-3y^2)}$	$f_{y(3x^2-y^2)}$
$n=1$																
$n=2$																
$n=3$																
$n=4$																
$n=5$									
$n=6$				
$n=7$	

(http://en.wikipedia.org/wiki/Atomic_orbital, 10.05.2012)

935 Theorie

$$\begin{aligned}\psi(r, \vartheta, \phi) \\ = R(r) \cdot \Theta(\vartheta) \cdot \Phi(\phi)\end{aligned}$$

Lösung für stationäre
Schrödingergleichung für
Coulomb- Potential:

Ansatz: separierbare
Lösungsfunktion

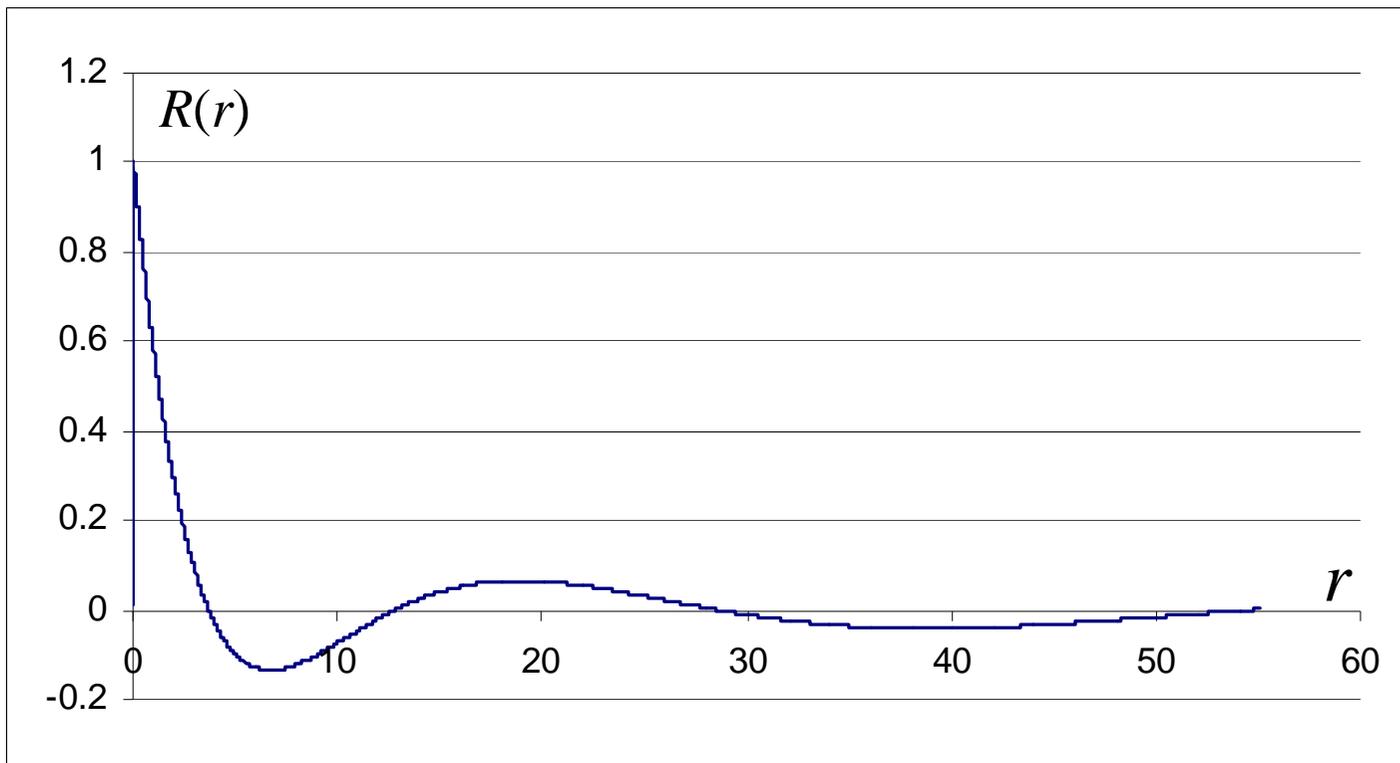
→ Gleichung für radialen
Anteil $R(r)$

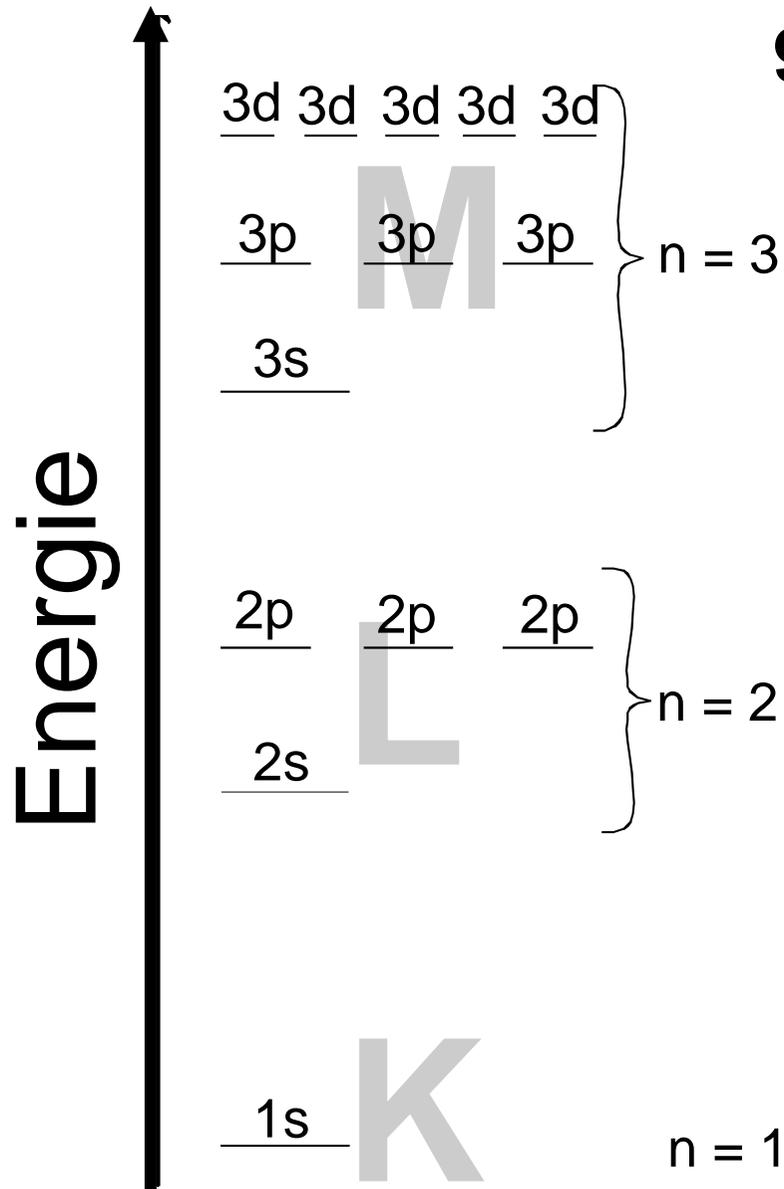
$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{dR}{dr} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{r} \right) R = 0$$

935 Theorie und Aufgabe

$$\begin{aligned}\psi(r, \vartheta, \phi) \\ = R(r) \cdot \Theta(\vartheta) \cdot \Phi(\phi)\end{aligned}$$

Numerische Lösung:
Anforderungen, z.B.
Normierbarkeit



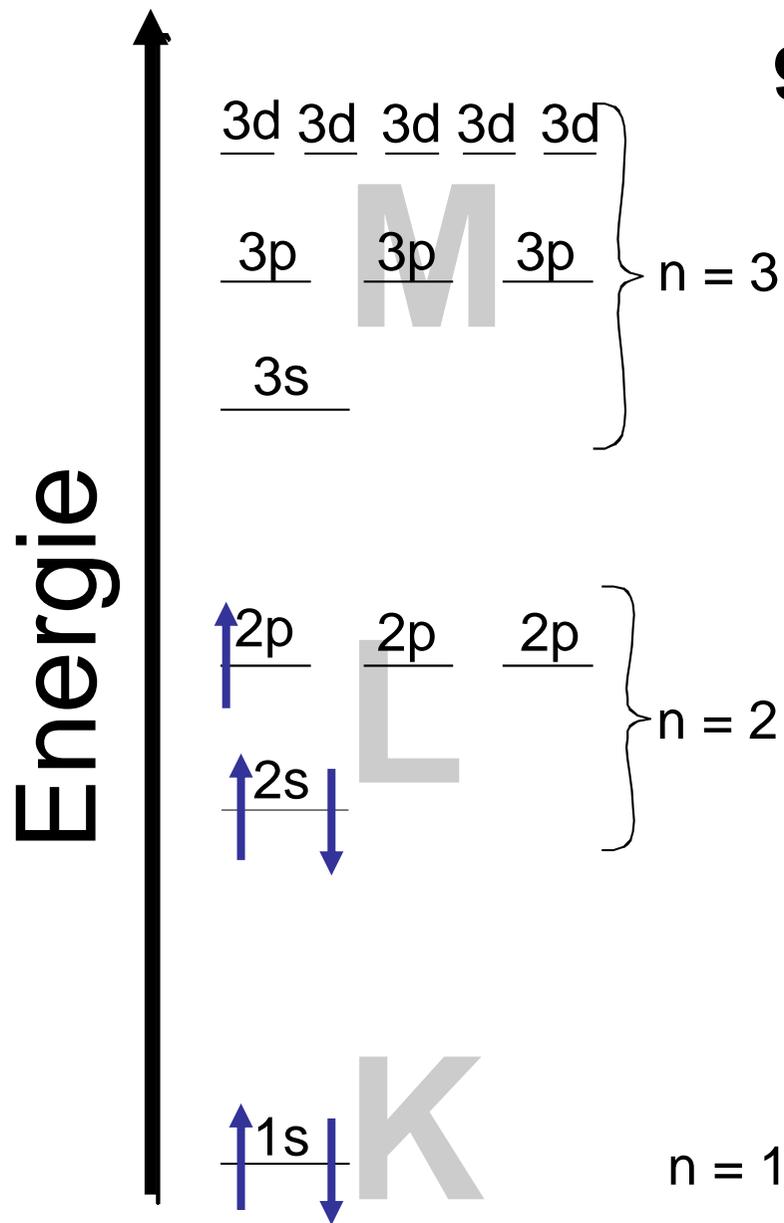


935 Theorie und Aufgabe

Energieniveaus im H-Atom: Bestimmt durch Quantenzahlen

n : Hauptquantenzahlen

l, m :
Nebenquantenzahlen



935 Theorie und Aufgabe

Energieniveaus im H-Atom: Bestimmt durch Quantenzahlen

n : Hauptquantenzahlen

l, m :
Nebenquantenzahlen

Auffüllen der Orbitale:
Pauli-Prinzip

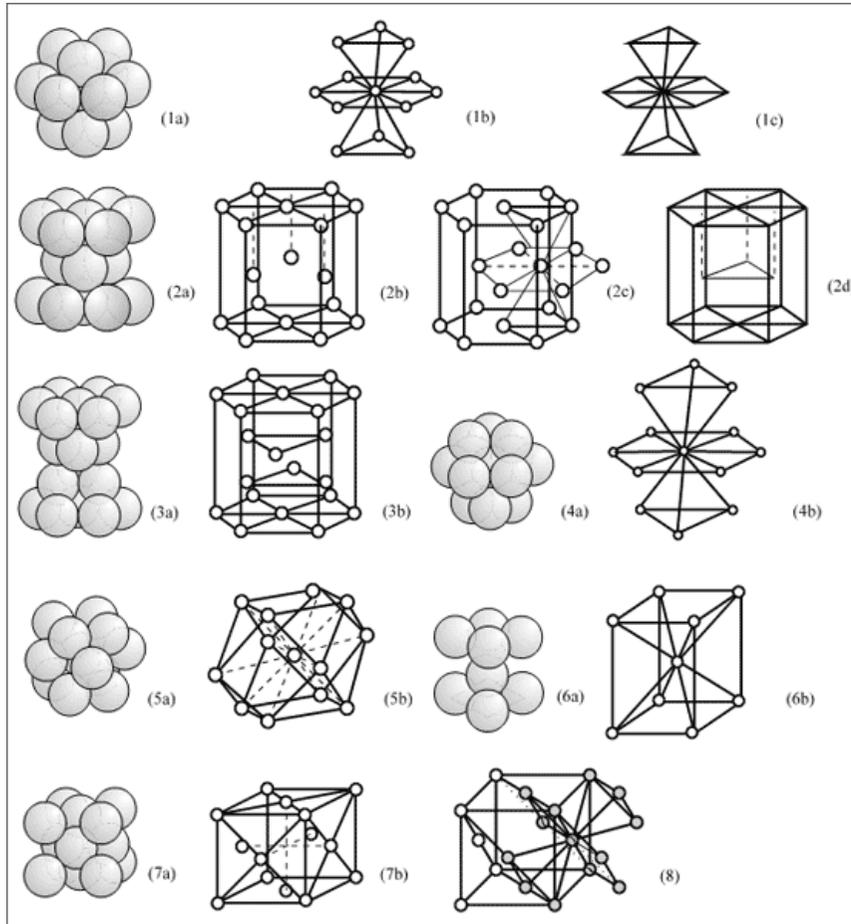
936 Leiter, Halbleiter und Isolatoren



936 Ziele

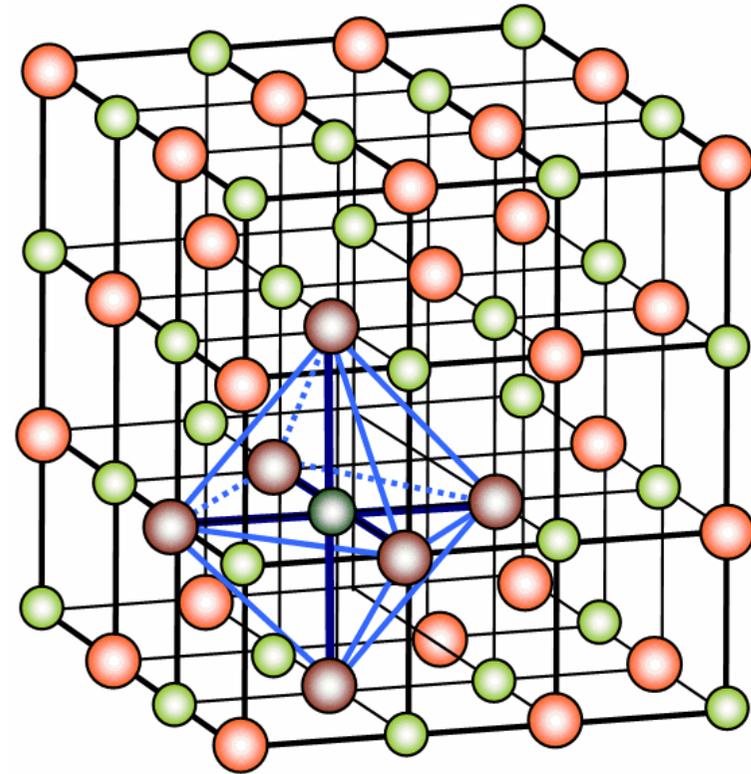
- Die Begriffe Bänder und Bandlücken anhand eines physikalischen Modells erklären können
- Anhand des Bändermodells die elektrische Leitung bei Halbleitern beschreiben und begründen können

936 Theorie



Sauermann & Barke (2007):
http://www.wikichemie.de/web/band2_5-1-2.php

Kristal



„NaCl-Ionengitter“ von H. Hoffmeister
<http://commons.wikimedia.org/wiki/File:NaCl-Ionengitter.png#/media/File:NaCl-Ionengitter.png>

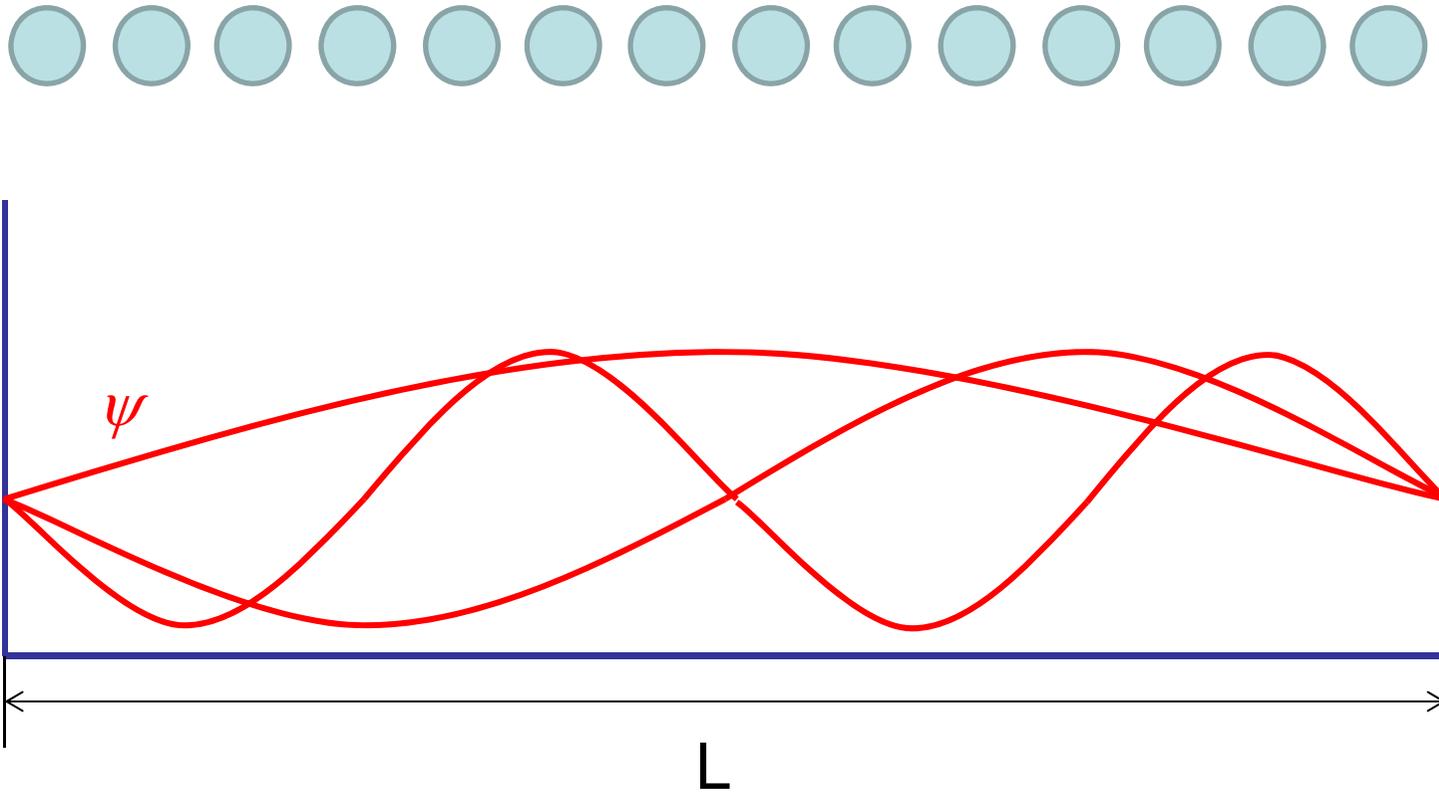
936 Theorie

Modell: 1-dim. Kristall



936 Theorie

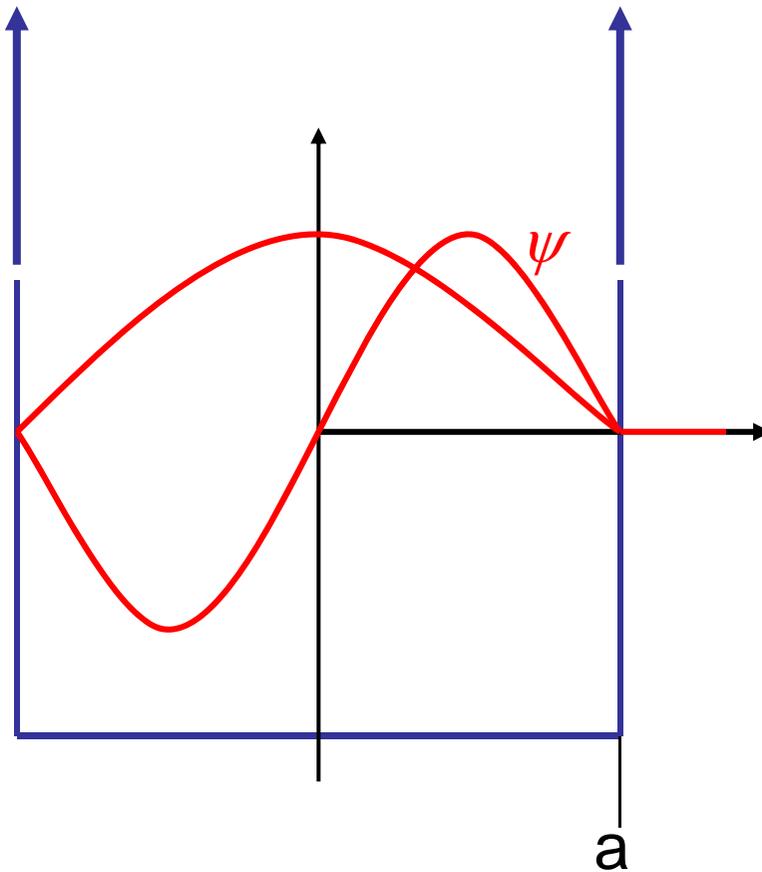
Modell: 1-dim. Kristall



$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{2m \cdot (E_p - E)}{\hbar^2} \cdot \psi$$

936 Theorie

Potentialtopf: Zustände sind quantisiert (s. 934)



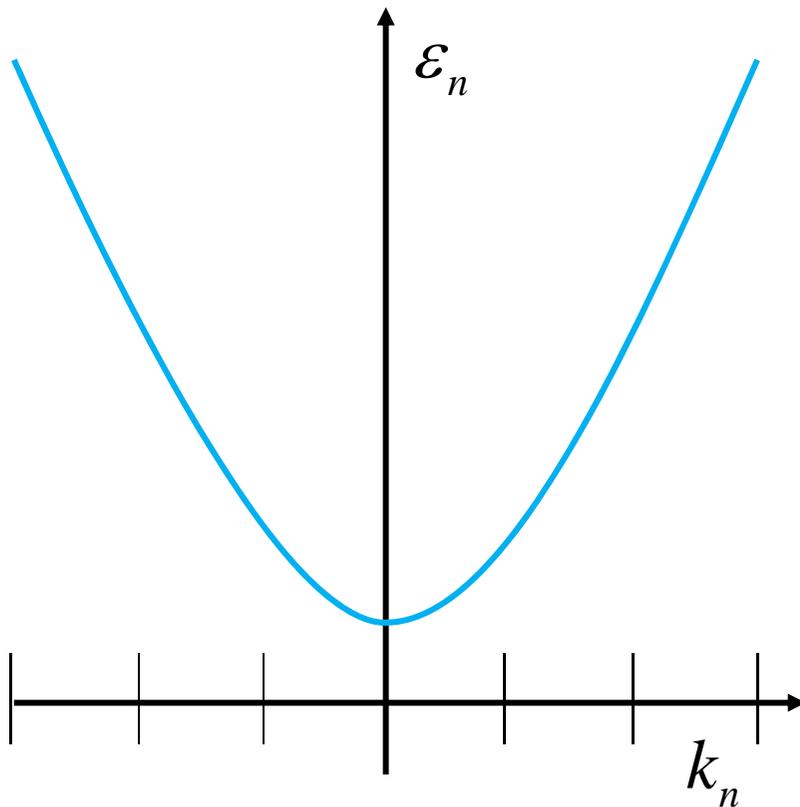
$$\psi(x) = \hat{\psi} \cdot \sin(kx)$$

$$k_n = \frac{\pi \cdot n}{2a} = \frac{\pi \cdot n}{L}$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{2m \cdot (E_p - E)}{\hbar^2} \cdot \psi$$

936 Theorie

Potentialtopf: Zustände sind quantisiert (s. 934)

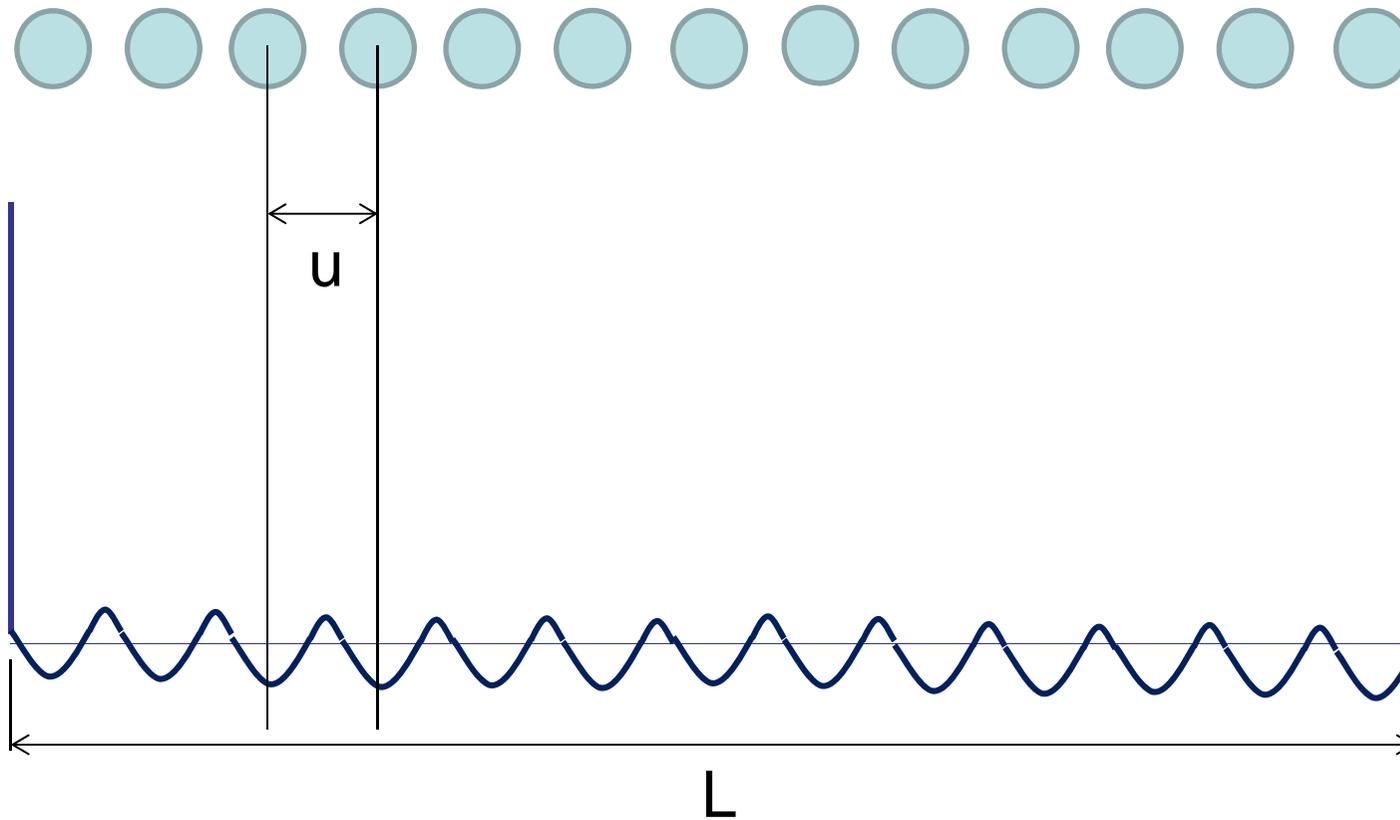


$$k_n = \frac{\pi \cdot n}{L}$$

$$\varepsilon_n = \frac{\hbar^2}{2m} k_n^2$$

936 Theorie

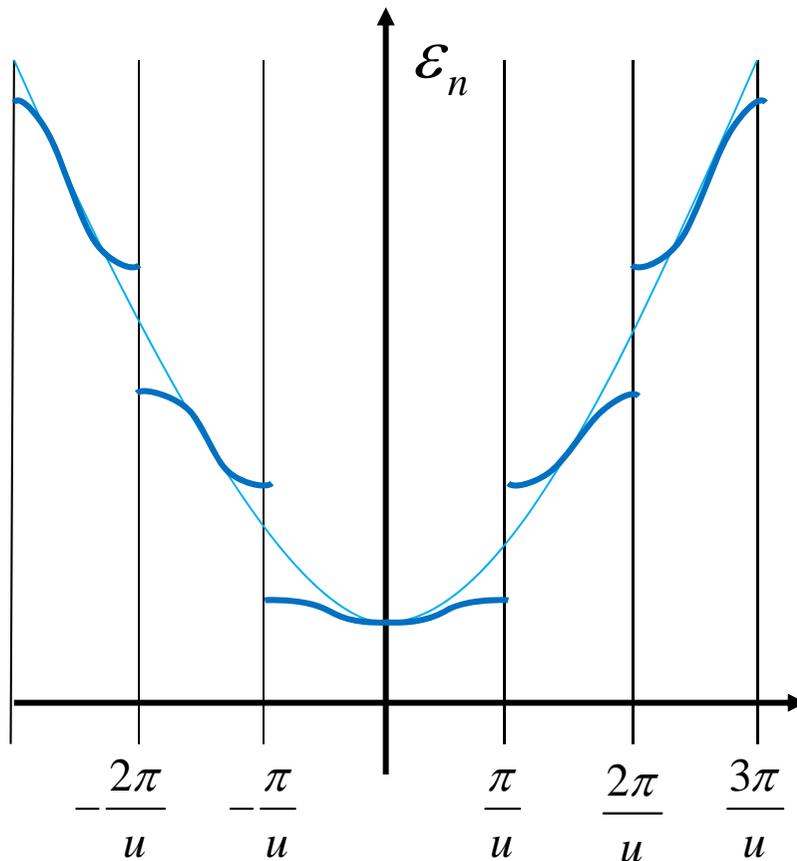
Modell: 1-dim. Kristal



$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{2m \cdot (E_p - E)}{\hbar^2} \cdot \psi$$

936 Theorie

Potentialtopf: Zustände sind quantisiert (s. 934)



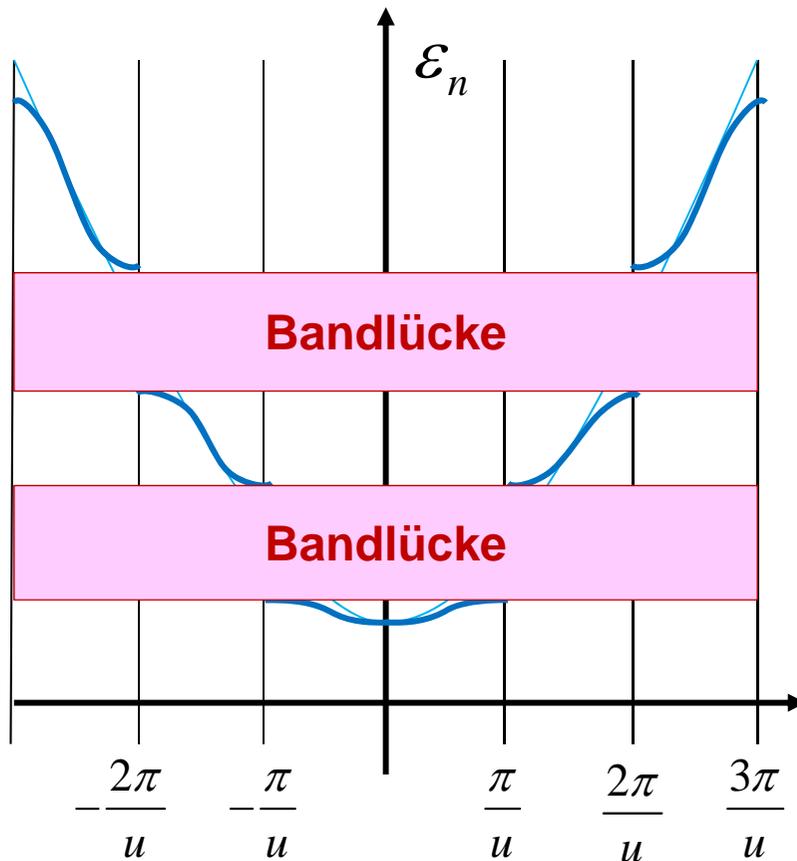
$$\epsilon_n = \frac{\hbar^2}{2m} k_n^2$$

$$\epsilon_{gap} = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\pi n}{u} \right)^2$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{2m \cdot (E_p - E)}{\hbar^2} \cdot \psi$$

936 Theorie

Potentialtopf: Zustände sind quantisiert (s. 934)

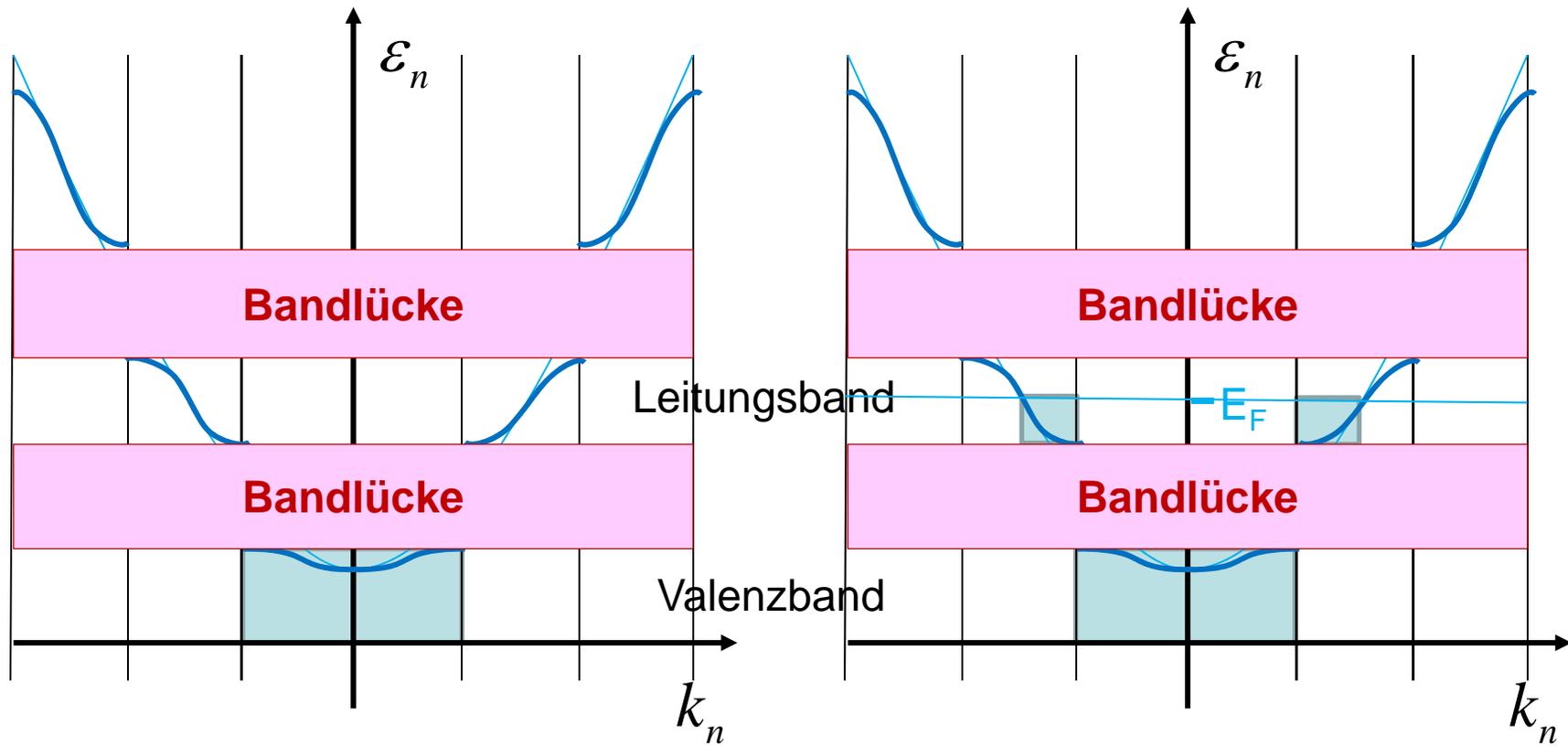


$$\varepsilon_n = \frac{\hbar^2}{2m} k_n^2$$

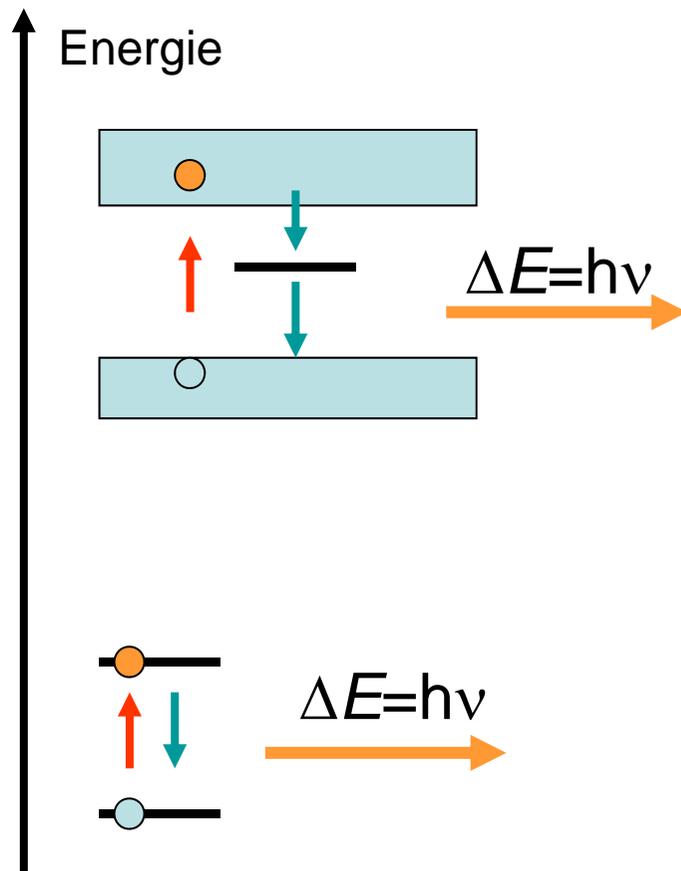
$$\varepsilon_{gap} = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\pi n}{u} \right)^2$$

936 Theorie

Metall vs. Isolator



Grundprinzipien der Lichterzeugung



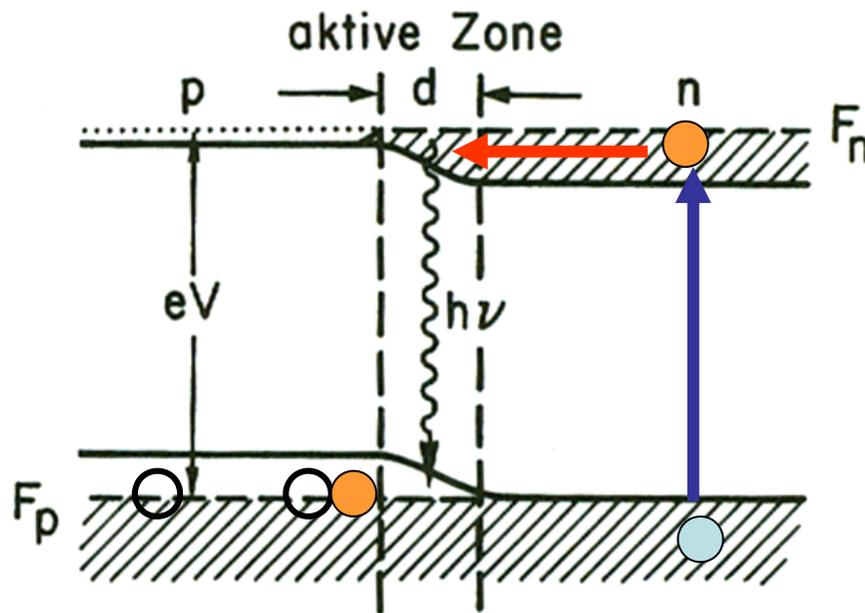
Anregung und Zerfall von elektronischen Zuständen

- thermisch
- chemisch
- durch elektrische Entladung (in Gasen)
- durch Stromfluss (in Festkörpern)
- durch Licht

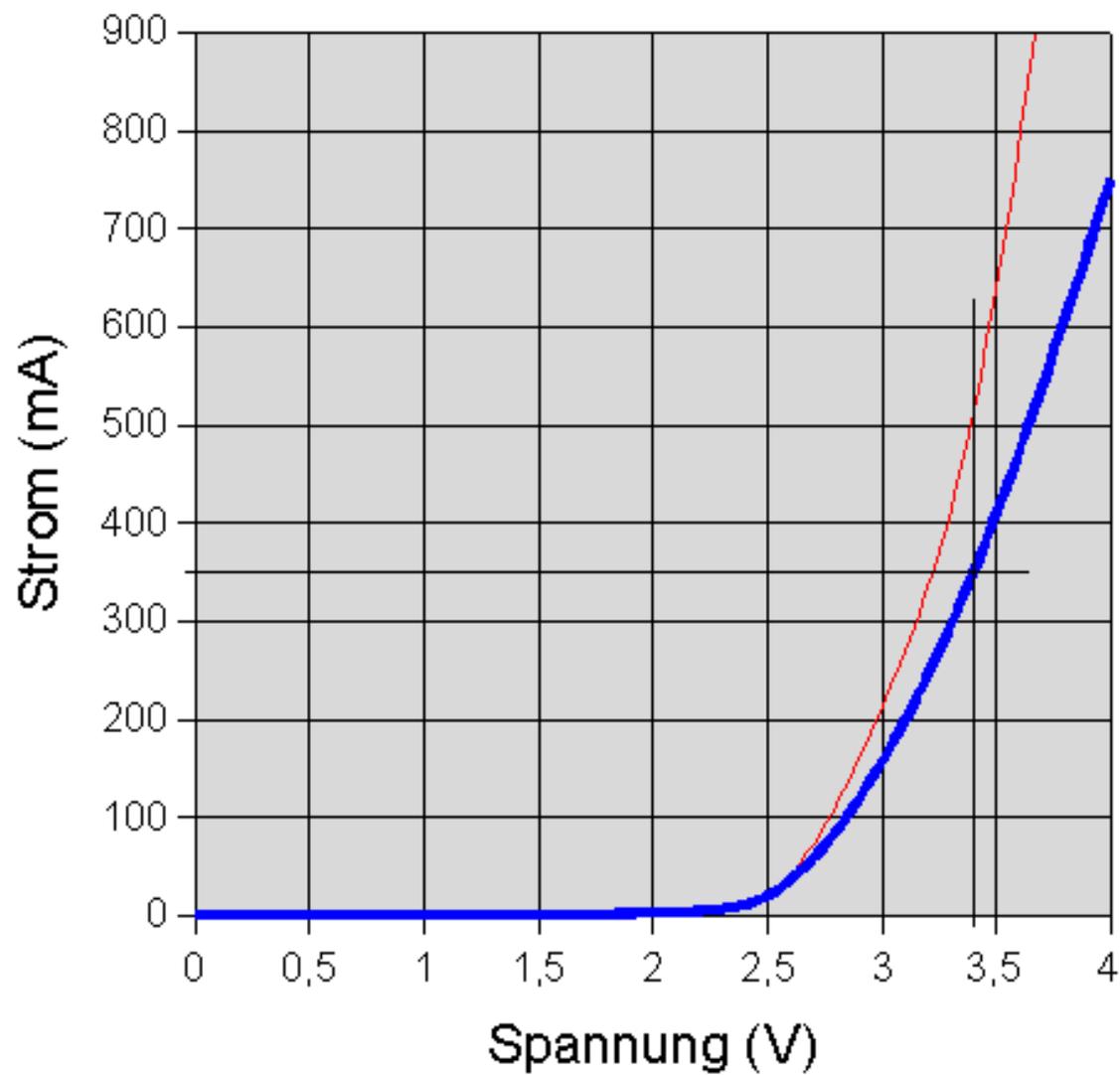
LED

LED Prinzip

- pn-Halbleiterdiode (meist Galliumverbindungen)
- OLED: organische Verbindungen
- direkter Bandübergang



Kennlinie einer weißen LED



Farbe	Wellenlänge λ in nm	Flussspannung ΔU in V	Werkstoff
Infrarot	$\lambda > 760$	$\Delta U < 1,9$	Galliumarsenid (GaAs) Aluminiumgalliumarsenid (AlGaAs)
 Rot	$610 < \lambda < 760$	$1,63 < \Delta U < 2,1$	Aluminiumgalliumarsenid (AlGaAs) Galliumarsenidphosphid (GaAsP) Aluminiumgalliumindiumphosphid (AlGaInP) Galliumphosphid (GaP)
 Orange	$590 < \lambda < 610$	$2 < \Delta U < 2,1$	Galliumarsenidphosphid (GaAsP) Aluminiumgalliumindiumphosphid (AlGaInP) Galliumphosphid (GaP)
 Gelb	$570 < \lambda < 590$	$2,1 < \Delta U < 2,2$	Galliumarsenidphosphid (GaAsP) Aluminiumgalliumindiumphosphid (AlGaInP) Galliumphosphid (GaP)
 Grün	$500 < \lambda < 570$	$2 < \Delta U < 3,4$	Indiumgalliumnitrid (InGaN) / Galliumnitrid (GaN) Galliumphosphid (GaP) Aluminiumgalliumindiumphosphid (AlGaInP) Aluminiumgalliumphosphid (AlGaP) Zinkoxid (ZnO), in Entwicklung
 Blau	$450 < \lambda < 500$	$2,48 < \Delta U < 3,7$	Zinkselenid (ZnSe) Indiumgalliumnitrid (InGaN) Siliziumkarbid (SiC) Silizium (Si) als Träger, in Entwicklung Zinkoxid (ZnO), in Entwicklung
 Violett	$400 < \lambda < 450$	$2,76 < \Delta U < 4,0$	Indiumgalliumnitrid (InGaN)
Ultraviolett	$230 < \lambda < 400$	$3,1 < \Delta U < 4,4$	Diamant (C) Aluminiumnitrid (AlN) Aluminiumgalliumnitrid (AlGaN) Aluminiumgalliumindiumnitrid (AlGaInN) ^[6]

Quelle: <http://de.wikipedia.org/wiki/Leuchtdiode>

LED



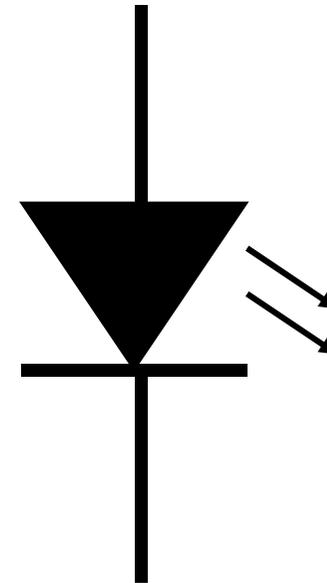
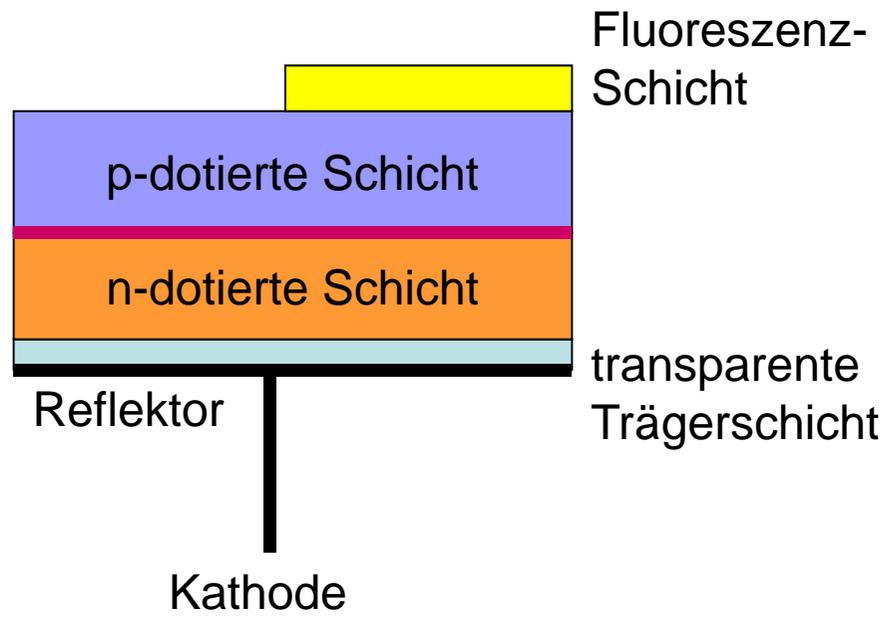
Quelle: <http://de.wikipedia.org/wiki/Leuchtdiode>

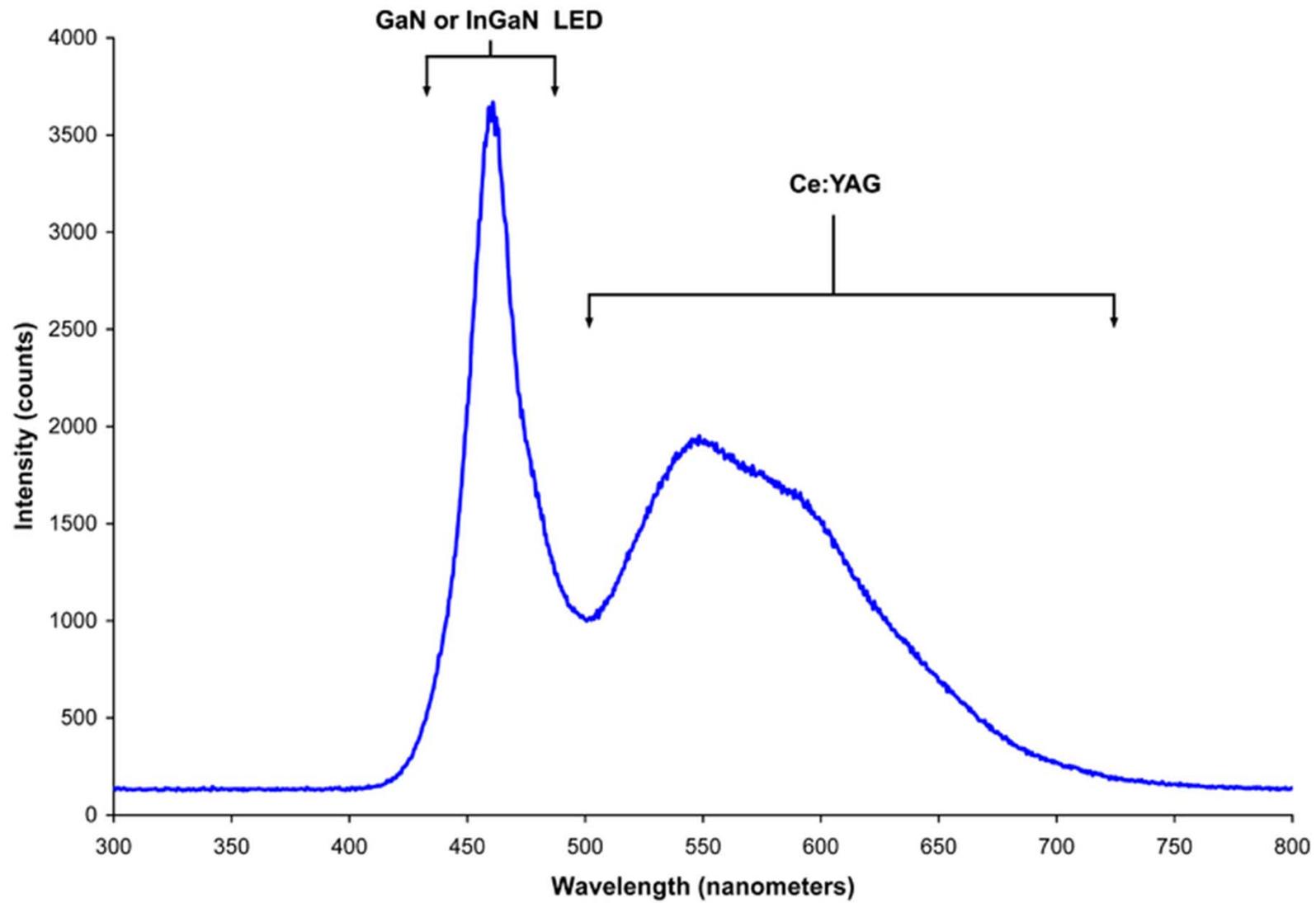
Lichtfarben

- monochromatisch
- Weisslicht

Weisslicht-LED

Aufbau

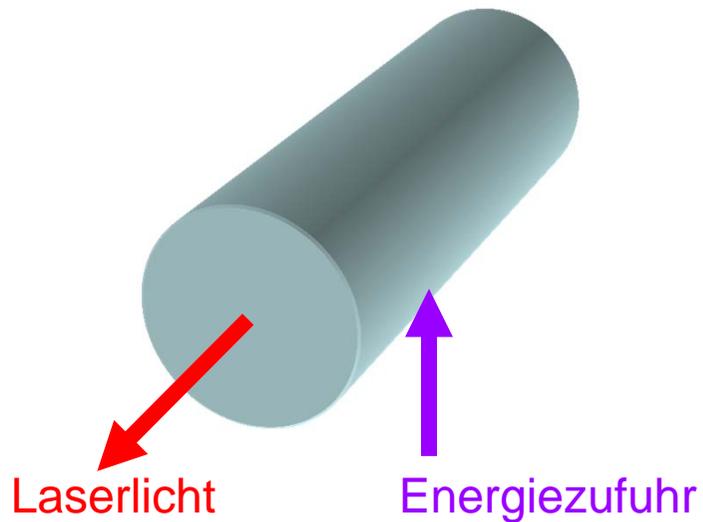




http://en.wikipedia.org/wiki/File:White_LED.png

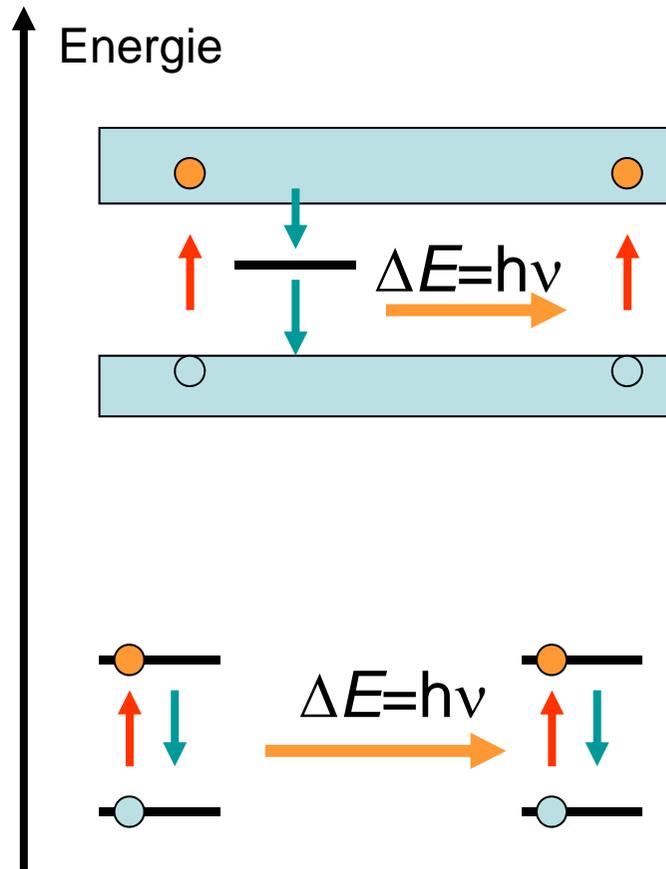
Laser

Laser-Typen



- Gasentladung
- Flüssigkeit / Farbstofflaser
- Laserdioden
- Festkörperlaser

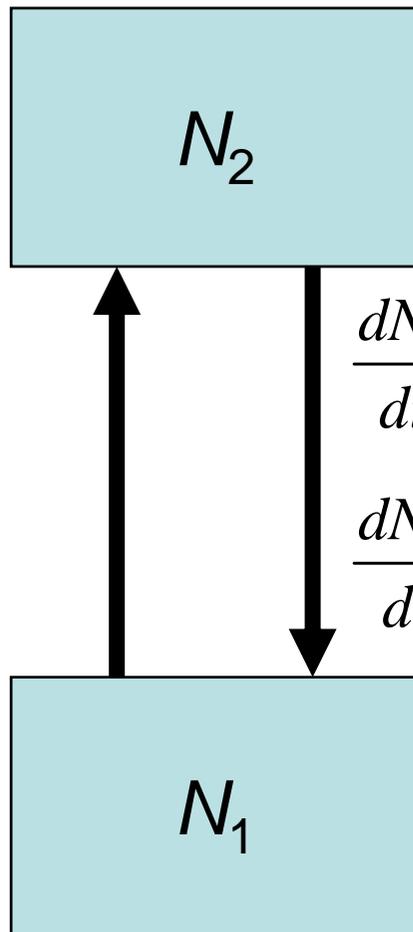
Laser



Grundidee eines Laser
Light Amplification by
Stimulated Emission of
Radiation

- Induzierte Absorption / Pumpen
- Besetzungsinversion
- Induzierte Emission nebst spontaner Emission

Lichtquellen



Dynamik im Laser:
Ratengleichungen

$$\frac{dN_1}{dt} = -R + b_{21}u_\nu g(\nu) \cdot \left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} \cdot N_2 \right) + A_{21}N_2$$

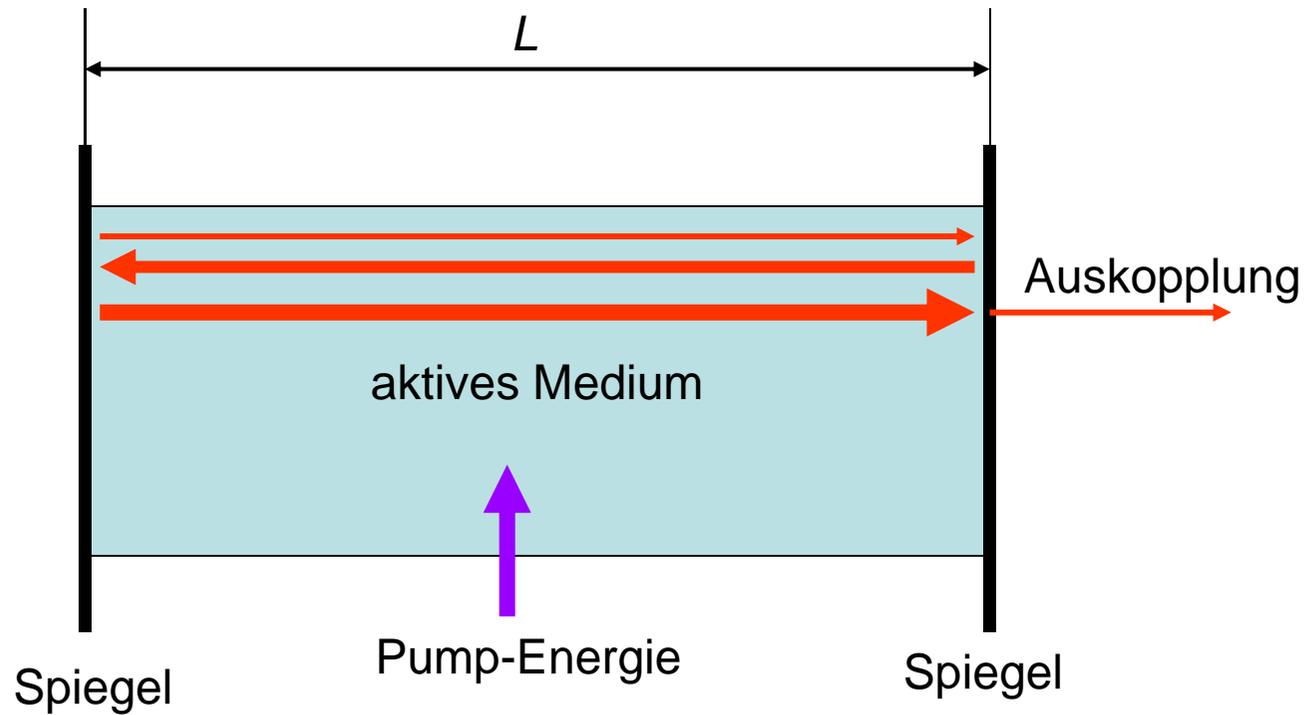
$$\frac{dN_2}{dt} = +R - b_{21}u_\nu g(\nu) \cdot \left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} \cdot N_2 \right) - A_{21}N_2$$

g : Eigenzustände pro Energieniveau

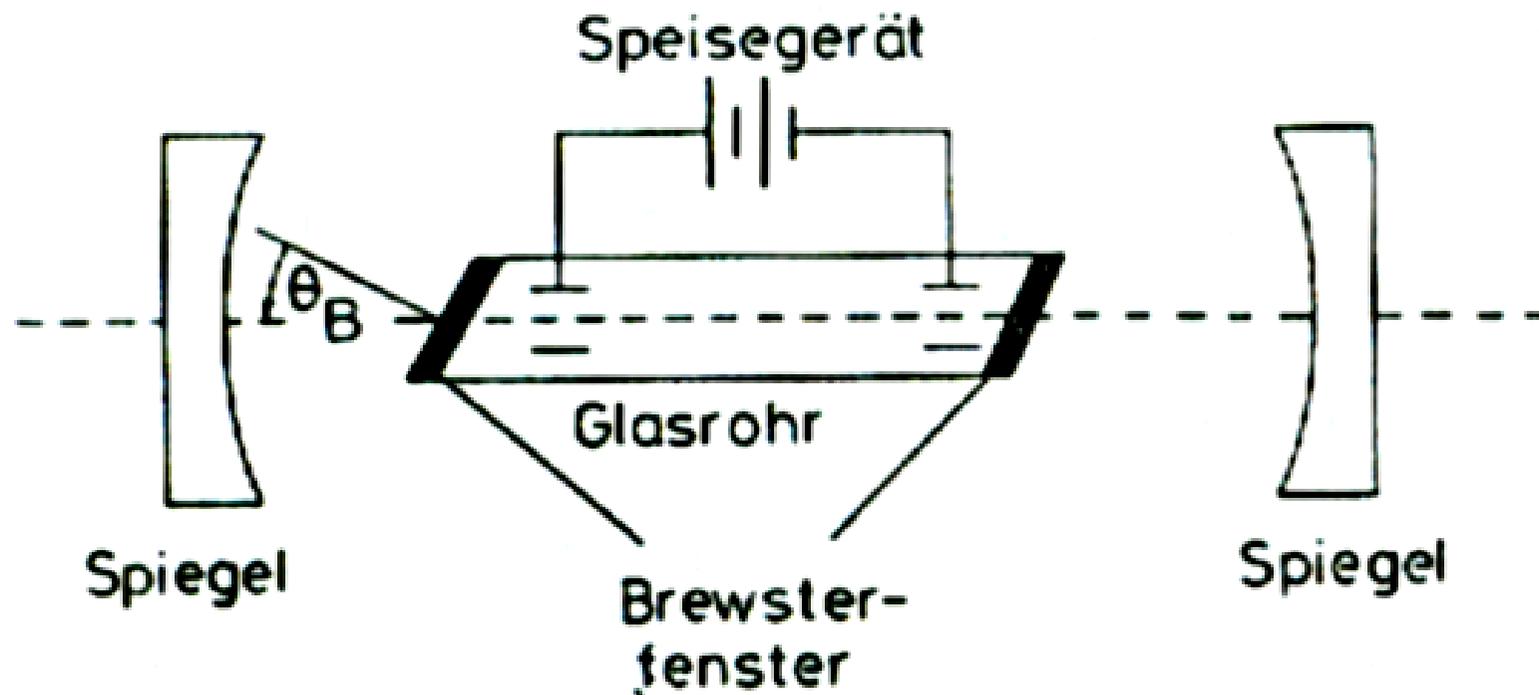
u_ν : Energiedichte in einem Lasermode

Laser

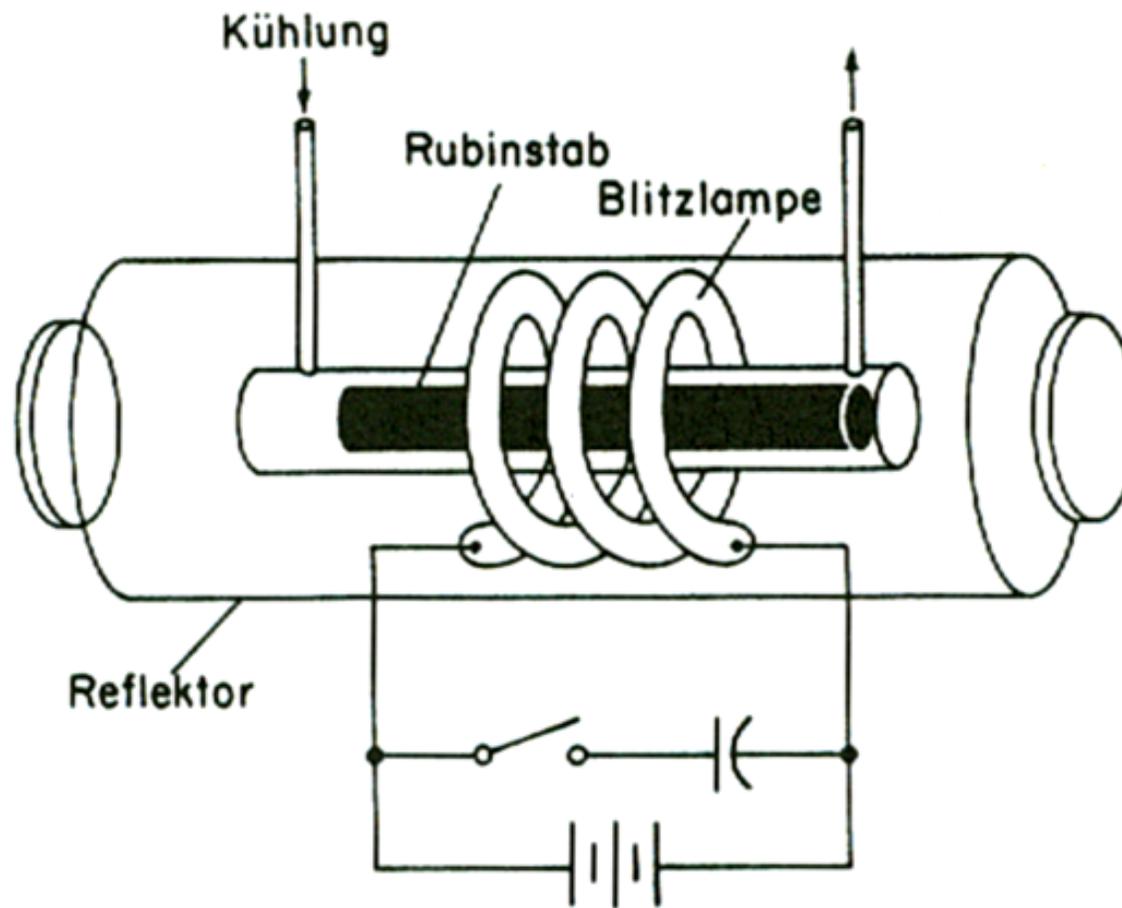
technische Umsetzung
(Fabry-Perot- Reson.)



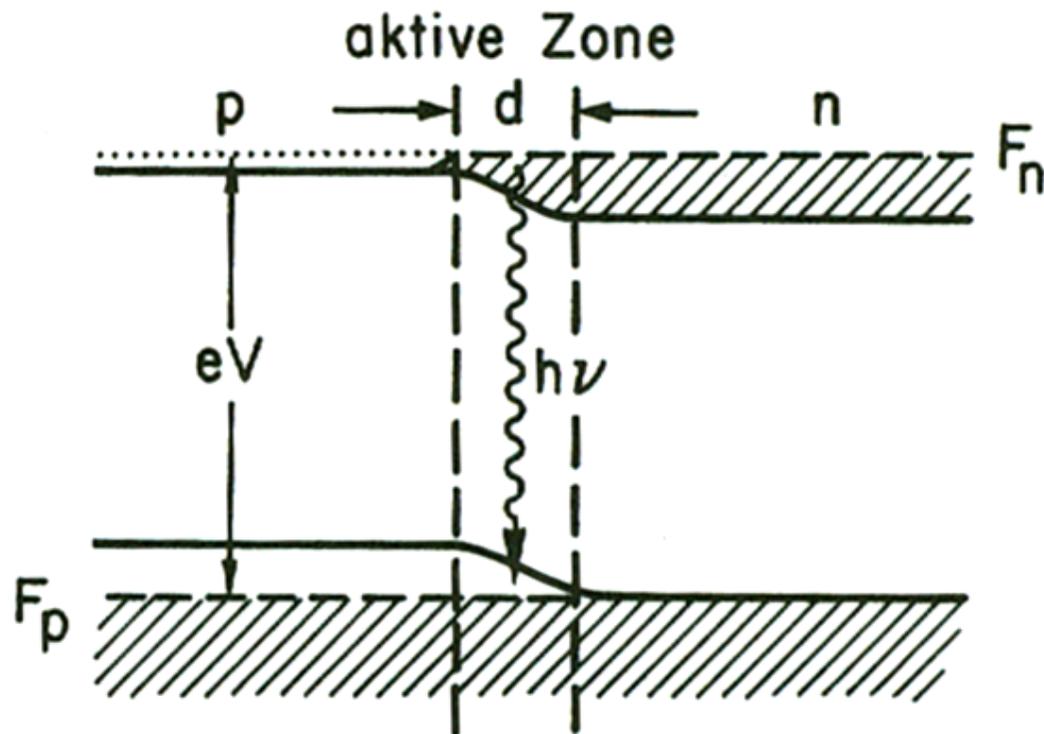
He-Ne-Laser



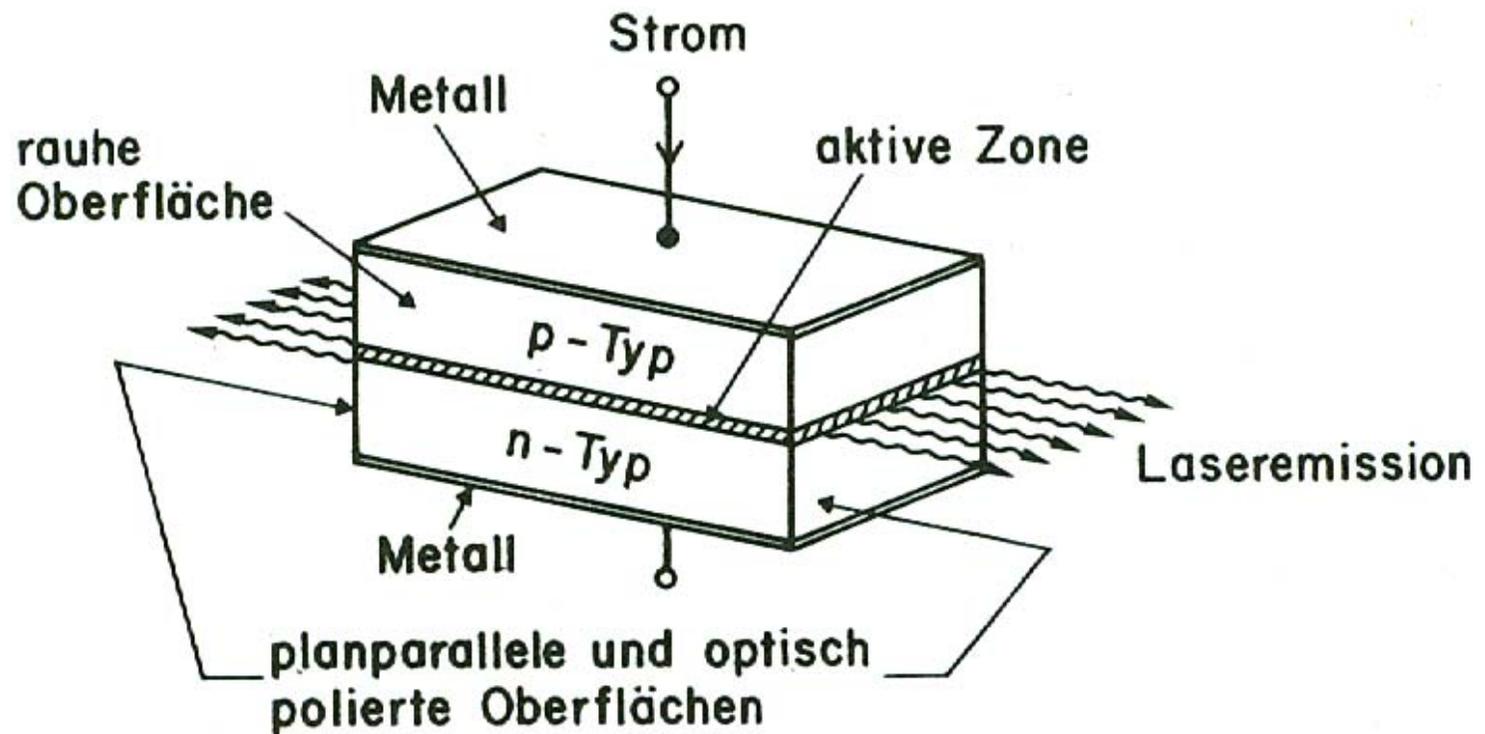
Rubin-Laser



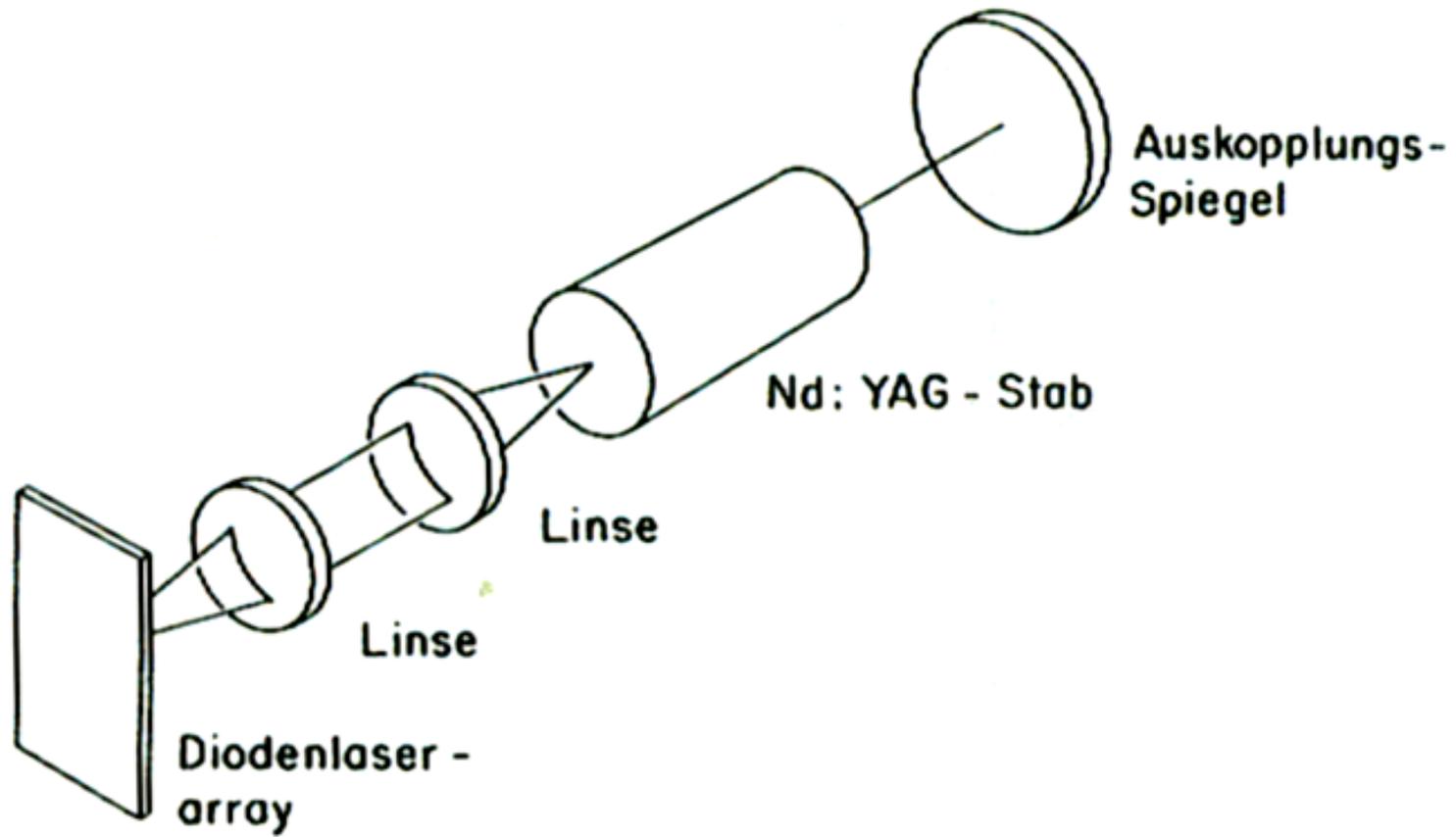
Laserdioden



Laserdioden



NdYAG-Laser



941 Kernmodelle

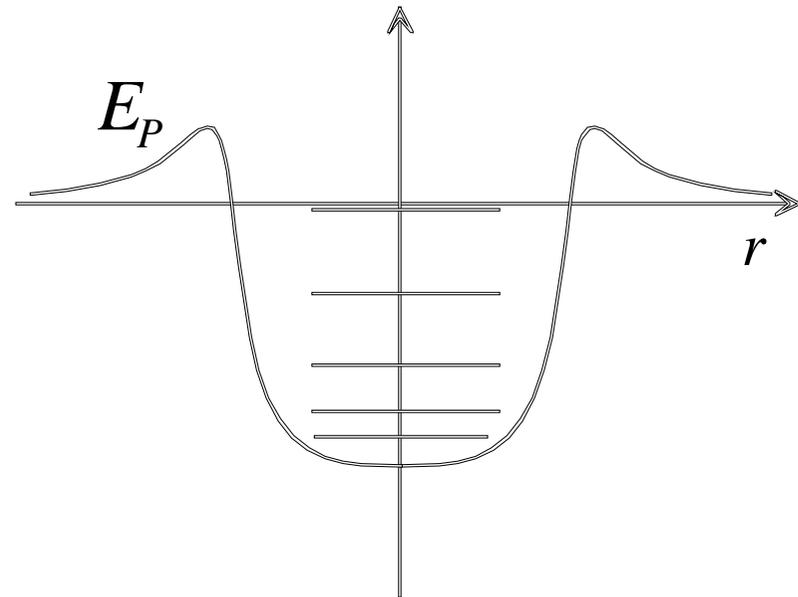
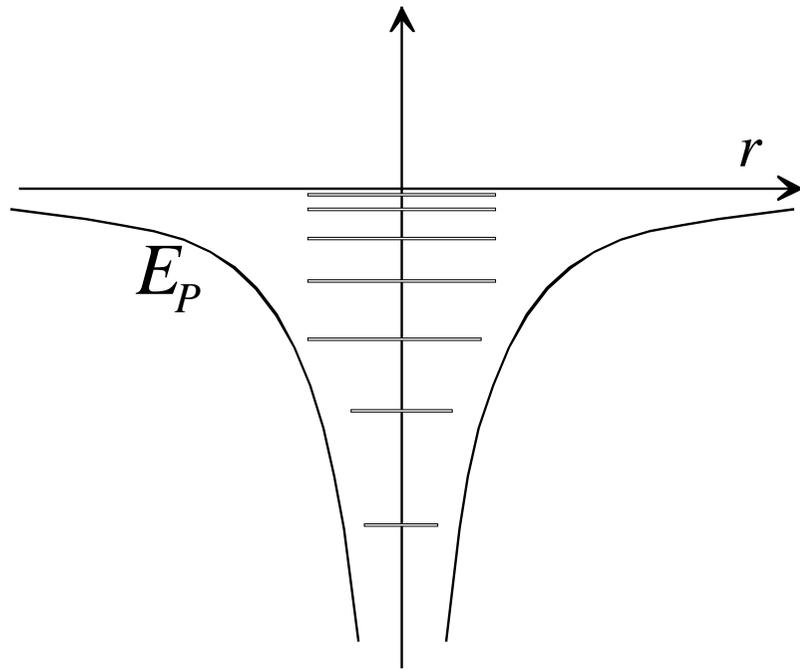


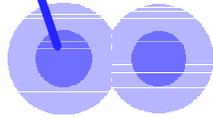
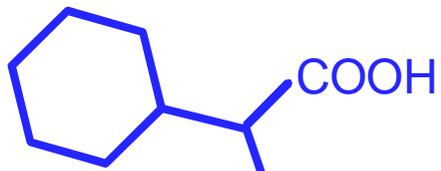
941 Ziele

- Die verschiedenen Energiebeiträge im Atomkern beschreiben können
- Den Aufbau der Nuklidkarte erklären können

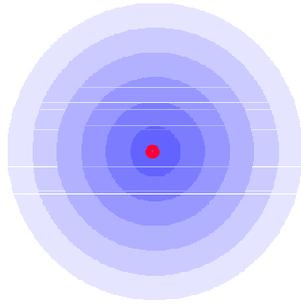
941 Theorie

Kernpotential: Topfform wird durch elektrische Abstossung und stark bindende Kernkräfte definiert





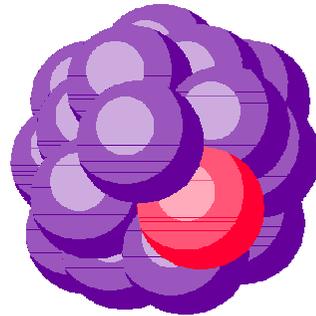
Molekül



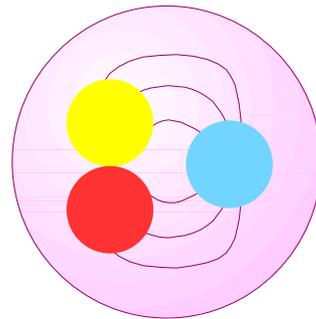
Atom



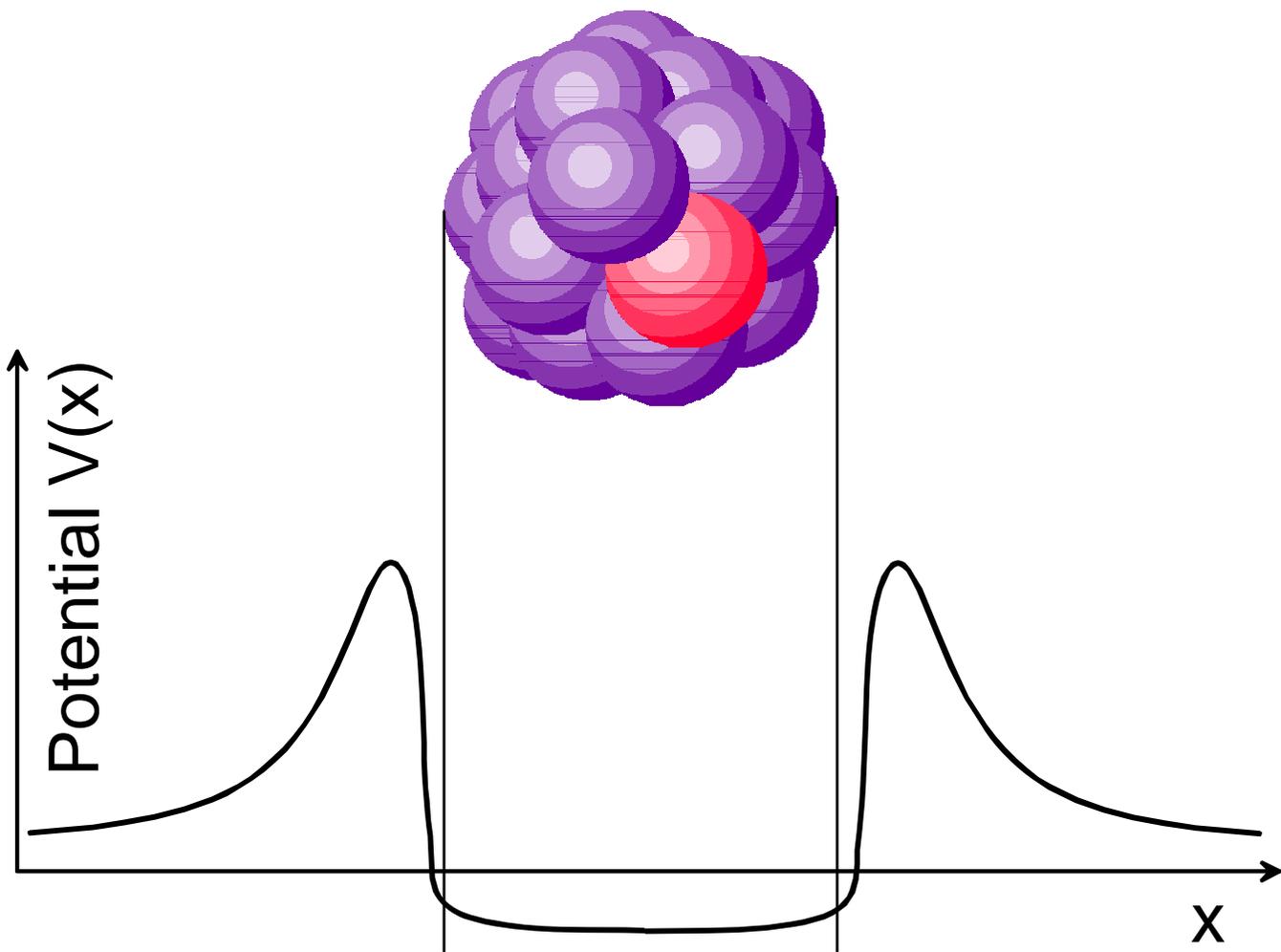
elektromagnetische WW



Atomkern: elektromagn.
+ Kernkräfte



Nukleon (Hadronen):
starke WW



$$E_C = a_C \cdot Z^2 \cdot A^{-\frac{1}{3}}$$

941 Theorie

Energiebeiträge im Kern

Coulomb- Abstossung
proportional zum Radius r

941 Theorie

Energiebeiträge im Kern

Coulomb- Abstossung
proportional zum Radius r

Oberflächenenergie E_S

$$E_C = a_C \cdot Z^2 \cdot A^{-\frac{1}{3}}$$

$$E_S = a_S A^{\frac{2}{3}}$$

941 Theorie

Energiebeiträge im Kern

Coulomb- Abstossung
proportional zum Radius r

Oberflächenenergie E_S

Kondensationsenergie E_C :
hier stecken die
anziehenden Kernkräfte drin

$$E_C = a_C \cdot Z^2 \cdot A^{-\frac{1}{3}}$$

$$E_S = a_S A^{\frac{2}{3}}$$

$$E_V = a_V A$$

941 Theorie

Energiebeiträge im Kern

Coulomb- Abstossung
proportional zum Radius r

Oberflächenenergie E_S

Kondensationsenergie E_C :
hier stecken die
anziehenden Kernkräfte drin

Bilanz ist für Stabilität
entscheidend

$$E_C = a_C \cdot Z^2 \cdot A^{-\frac{1}{3}}$$

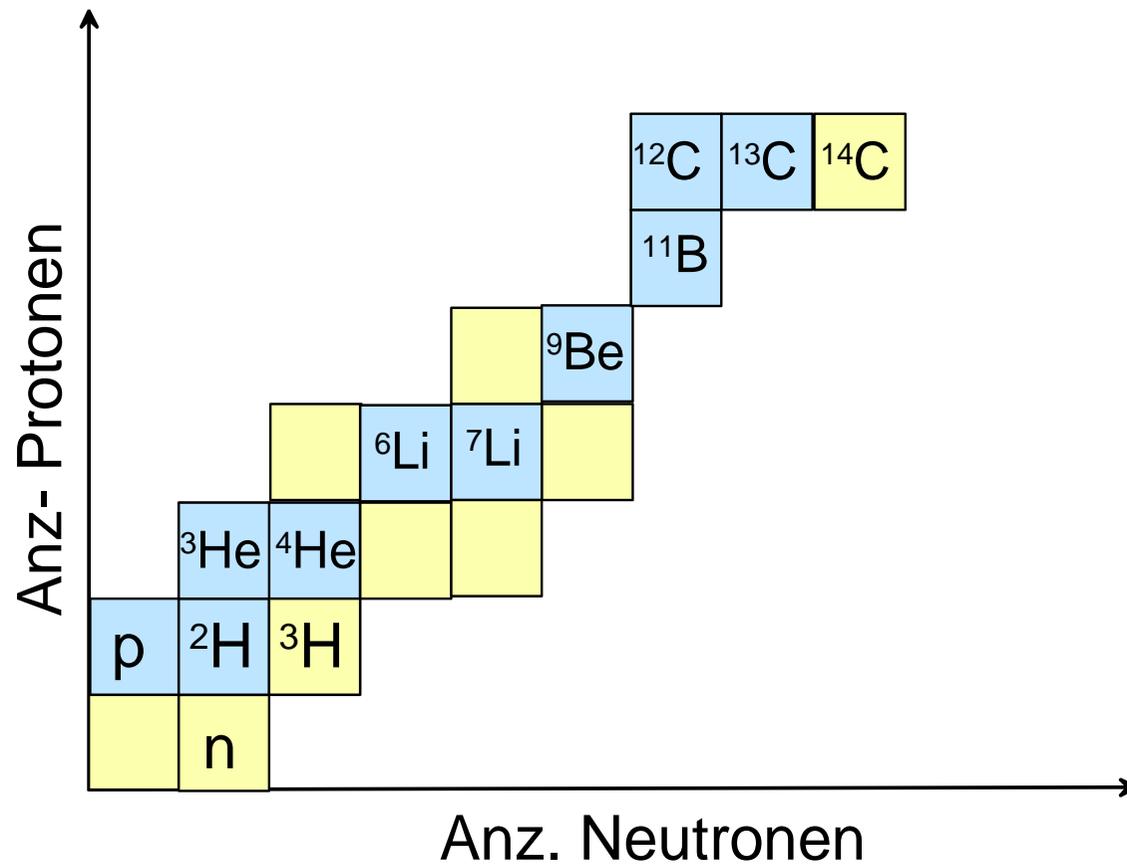
$$E_S = a_S A^{\frac{2}{3}}$$

$$E_V = a_V A$$

$$E_B = E_V - E_C - E_S$$

941 Theorie

Nuklidkarte



942 Der radioaktive Zerfall

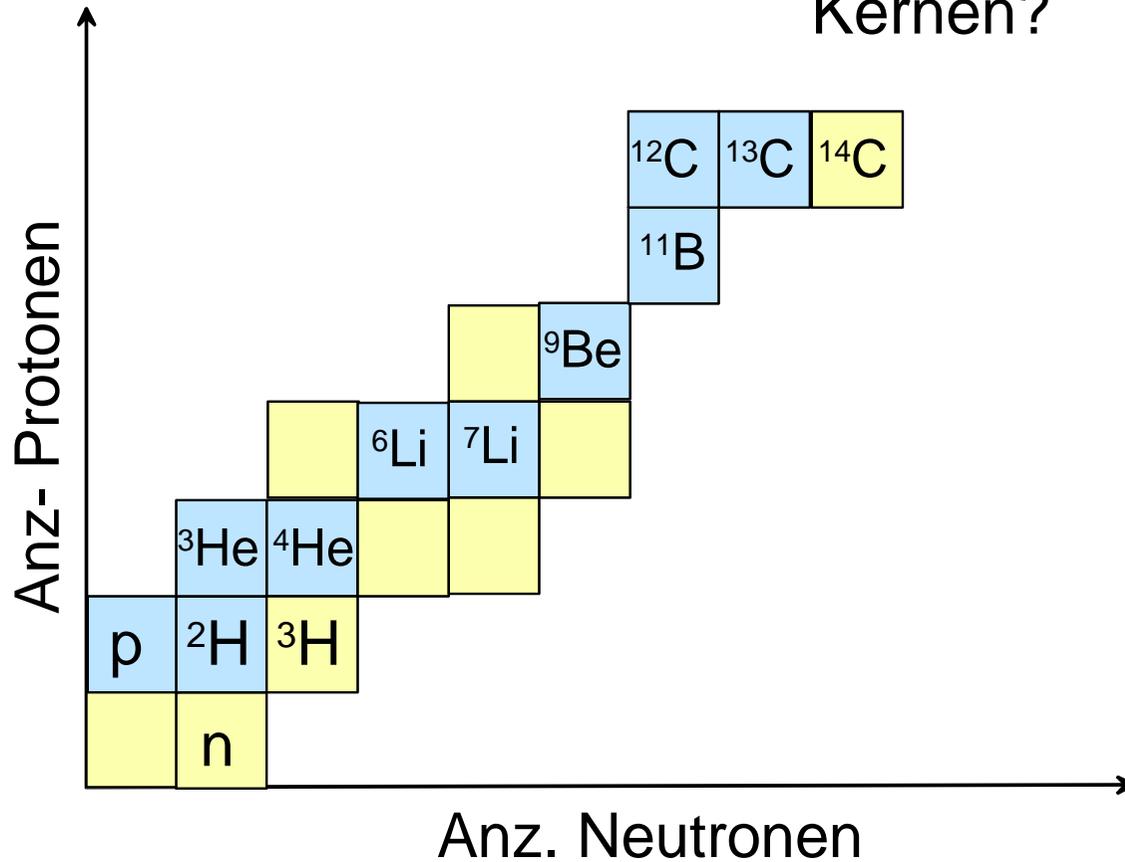


942 Ziele

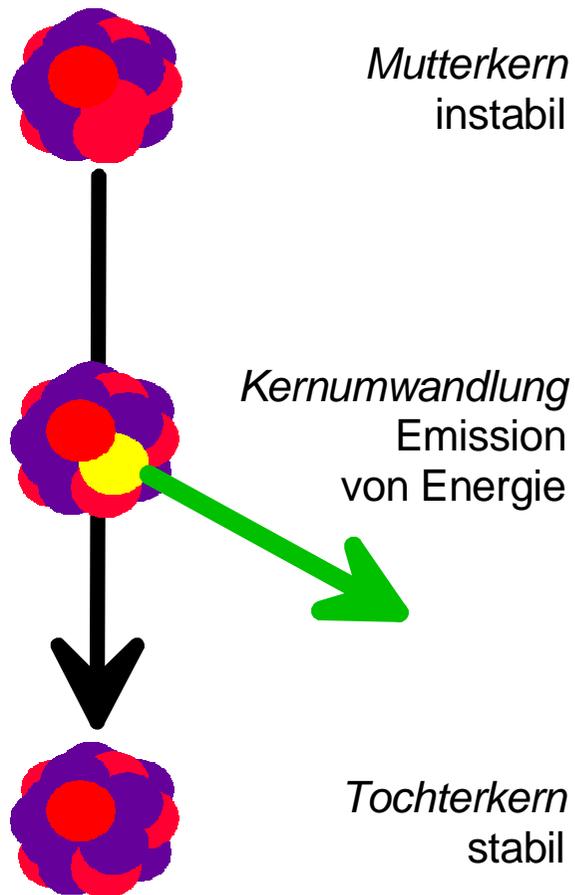
- Das Gesetz für den radioaktiven Zerfall begründen können
- Die Aktivität zu einem bestimmten Zeitpunkt berechnen können
- Mehrfachzerfälle modellieren können
- Grundidee von MC-Simulationstechniken verstehen

942 Theorie

Nuklidkarte: Was passiert mit den nicht-stabilen Kernen?

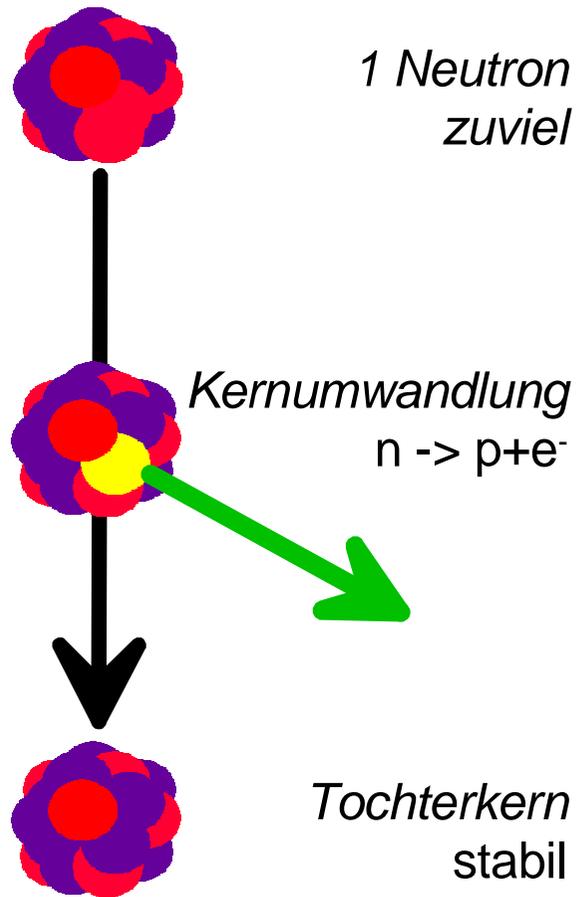


942 Theorie



- Zerfall instabiler Atomkerne
- Energieabgabe durch Strahlung (α , β , γ)
- Tochterkern stabil oder instabil (Zerfallsketten)

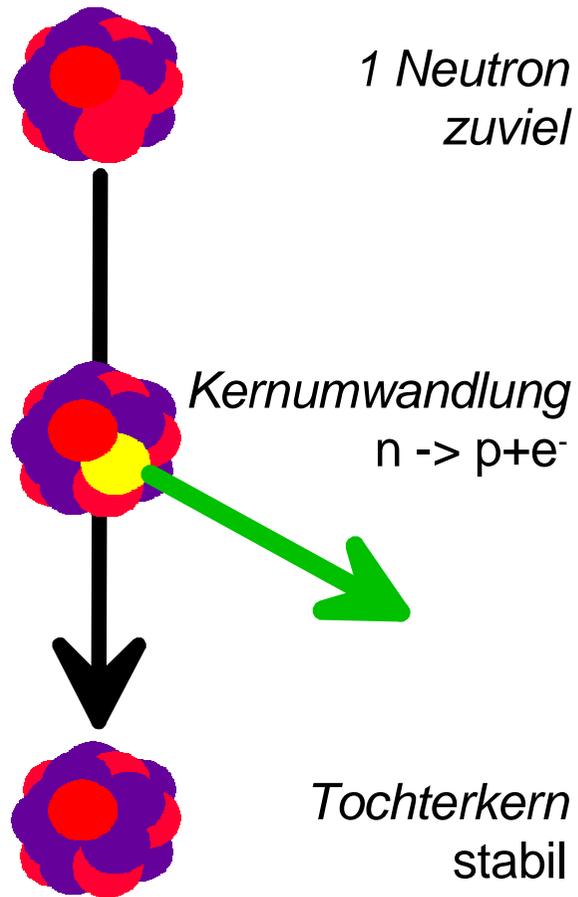
942 Theorie



β^- Zerfall

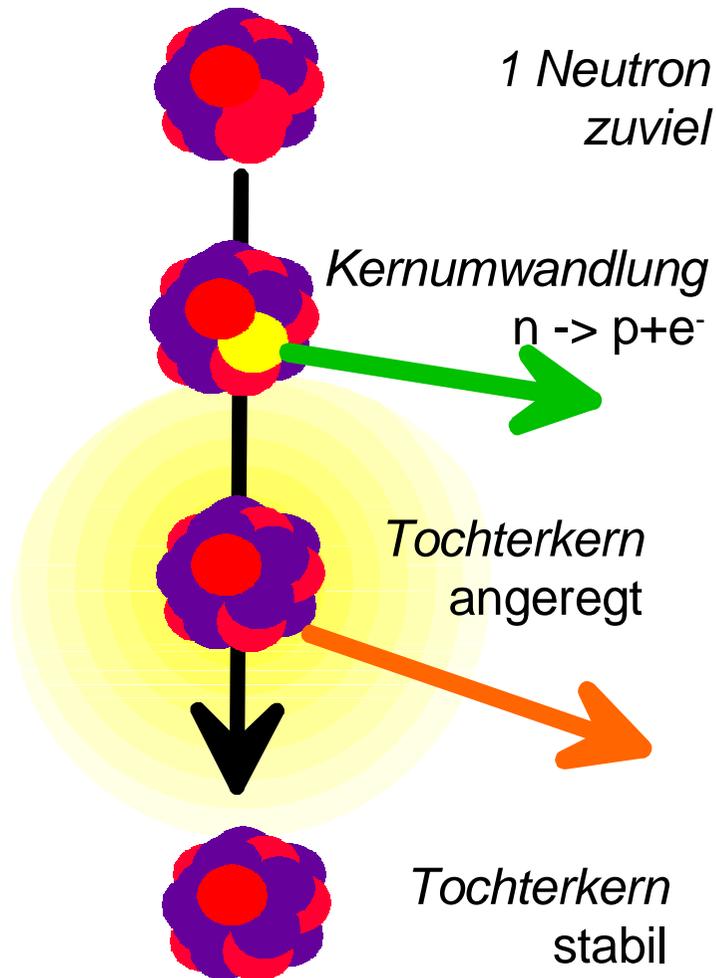
- $n(udd)$
- Umwandlung $d \rightarrow u + e^-$
- $p(uud)$

β^+ - Zerfall

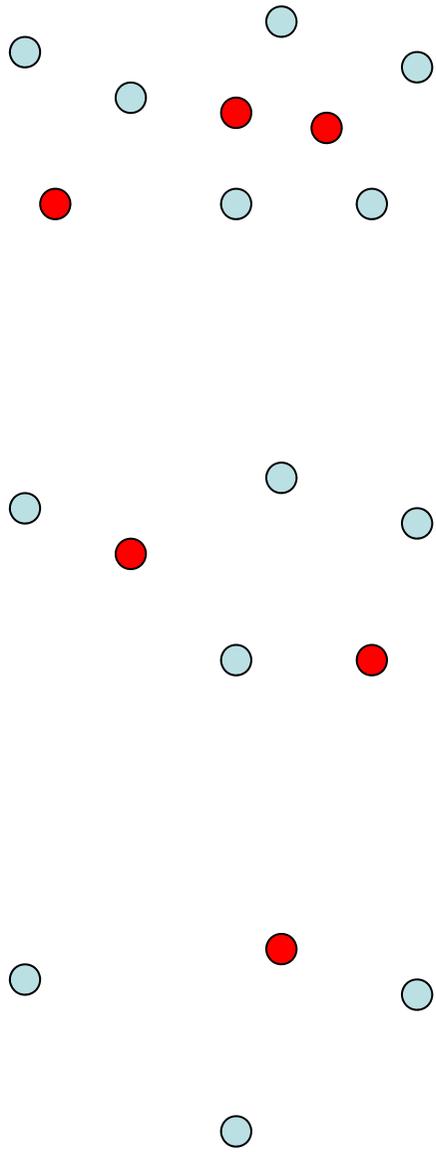


- $p(uud)$
- Umwandlung
 $u \rightarrow d + e^+$
- $n(udd)$
- geht nur mit $E = mc^2!$
- Masse eines Positrons
äquiv. zu 511 keV

γ - Zerfall



- Nach β -Zerfall angeregter Kern
- Energiefreisetzung bei Abregung
- Photon



942 Theorie

Modellierung des
radioaktiven Zerfalls

Voraussetzung: Kerne
haben kein Alter!

942 Theorie

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

Modellierung des
radioaktiven Zerfalls

N : Anzahl Mutterkerne

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

942 Theorie

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

$$A(t) = \dot{N}$$

Modellierung des
radioaktiven Zerfalls

N : Anzahl Mutterkerne

A : Aktivität

942 Theorie

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

$$A(t) = \dot{N} \quad \longrightarrow \quad A(t) = -\lambda N(t)$$

Modellierung des
radioaktiven Zerfalls

N : Anzahl Mutterkerne

A : Aktivität

942 Theorie

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

Modellierung des
radioaktiven Zerfalls

N : Anzahl Mutterkerne

A : Aktivität

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

$$A(t) = \dot{N} \longrightarrow A(t) = -\lambda N(t)$$

$$\longrightarrow \boxed{\dot{A} = -\lambda A \qquad A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda t}}$$

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

$$\dot{A} = -\lambda A$$

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

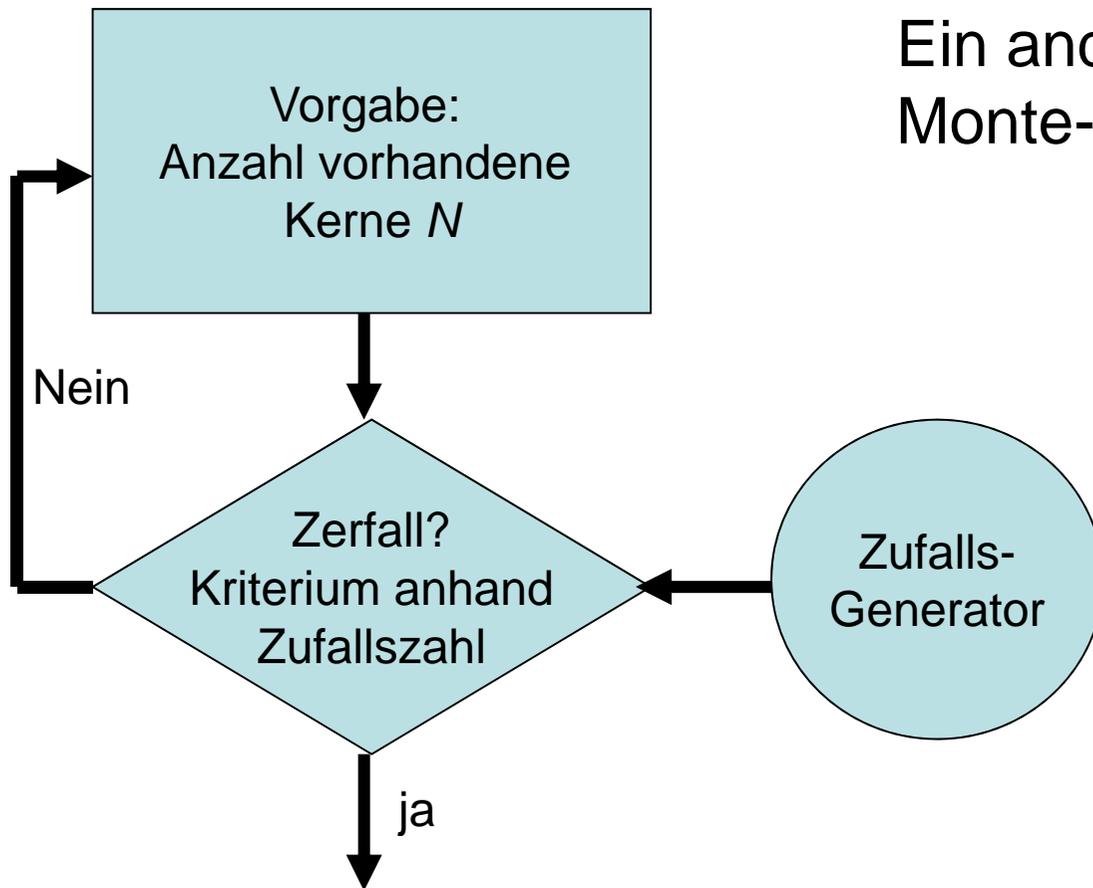
942 Theorie

Problem: Bei wenigen
Kernen geben die
analytischen Gleichungen
nur statistische Mittelwerte

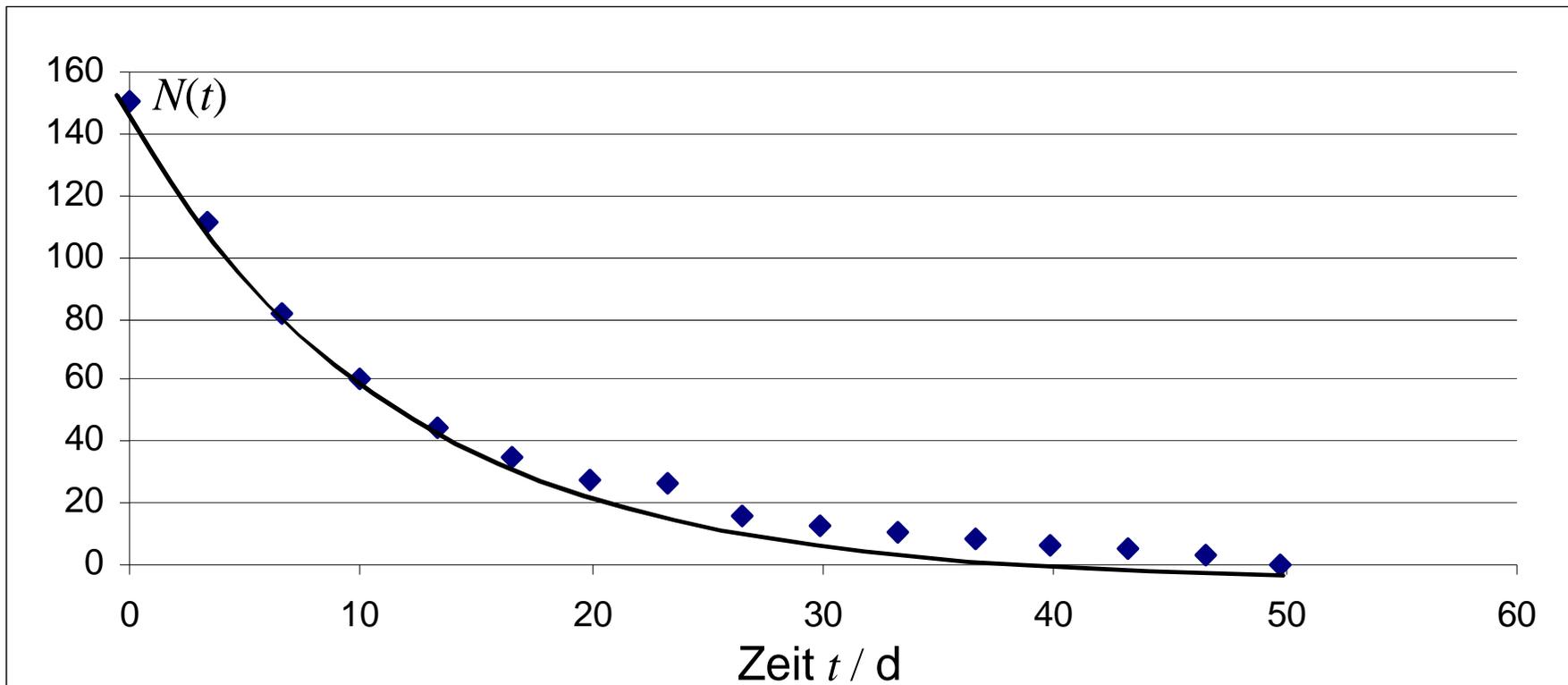
(→ Poisson-Statistik)

942 Theorie

Ein anderer Approach:
Monte-Carlo- Simulationen



942 Theorie und Aufgaben



943 Kernspin und Magnetresonanz



943 Ziele

- Bewegung von Kernspins in einem Magnetfeld beschreiben und modellieren können

$$\vec{\mu} = \gamma \vec{L}$$

943 Theorie

magnetisches Dipolmoment

μ

Abhängig von Drehmoment

L und gyromagnetischem

Verhältnis γ

943 Theorie

$$\vec{\mu} = \gamma \vec{L}$$

magnetisches Dipolmoment
 μ

Abhängig von Drehmoment
 L und gyromagnetischem
Verhältnis γ

$$L_z = \hbar m$$

Drehimpulszustände im
Kern sind quantisiert

$$\mu_z = \gamma \hbar m = \pm \frac{1}{2} \cdot \gamma \hbar$$

943 Theorie

$$\mu_z =$$

$$\gamma \hbar m = \pm \frac{1}{2} \cdot \gamma \hbar$$

Energiezustände in einem
äusseren Magnetfeld B_0

$$E_m = -\mu_z B_0 = -\gamma \hbar m \cdot B_0$$

$$E_m = -\mu_z B_0$$
$$= -\gamma \hbar m \cdot B_0$$

$$E = \hbar \omega_0$$

943 Theorie

Energiezufuhr durch
elektromagnetische
Wechselfelder

943 Theorie

Energiezufuhr durch
elektromagnetische
Wechselfelder

$$E_m = -\mu_z B_0$$

$$= -\gamma \hbar m \cdot B_0$$

$$E = \hbar \omega_0$$



$$\hbar \omega_0 = 2\gamma \hbar m \cdot B_0$$

943 Theorie

$$E_m = -\mu_z B_0$$

$$= -\gamma \hbar m \cdot B_0$$

Energiezufuhr durch
elektromagnetische
Wechselfelder

Larmor-Frequenz ω_0

$$E = \hbar \omega_0$$



$$\hbar \omega_0 = 2\gamma \hbar m \cdot B_0$$



$$\omega_0 = \gamma B_0$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F}$$



$$\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \gamma \cdot (\vec{\mu} \times \vec{B})$$

943 Theorie

Energiezufuhr durch
elektromagnetische
Wechselfelder

Auslenkung von Spins:
Präzession, analog zum
Kreisel Kap. 500

943 Theorie

Zusammenhang zwischen
Spin und Magnetisierung

$$\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \gamma \cdot (\vec{\mu} \times \vec{B})$$

$$\updownarrow \vec{M} = \sum_i \vec{\mu}_i$$

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma \cdot (\vec{M} \times \vec{B})$$

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma \cdot (\vec{M} \times \vec{B})$$

943 Theorie

für karthesische
Koordinaten

$$\frac{dM_x}{dt} = \gamma \cdot (M_y B_z - M_z B_y)$$

$$\frac{dM_y}{dt} = \gamma \cdot (M_z B_x - M_x B_z)$$

$$\frac{dM_z}{dt} = \gamma \cdot (M_x B_y - M_y B_x)$$

943 Theorie

Relaxationseffekte: Spin-Spin und Spin-Gitter-Wechselwirkungen

$$\frac{dM_x}{dt} = \gamma \cdot (M_y B_z - M_z B_y) - \frac{1}{T_2} \cdot M_x$$

$$\frac{dM_y}{dt} = \gamma \cdot (M_z B_x - M_x B_z) - \frac{1}{T_2} \cdot M_y$$

$$\frac{dM_z}{dt} = \gamma \cdot (M_x B_y - M_y B_x) - \frac{1}{T_1} \cdot (M_z - M_0)$$

