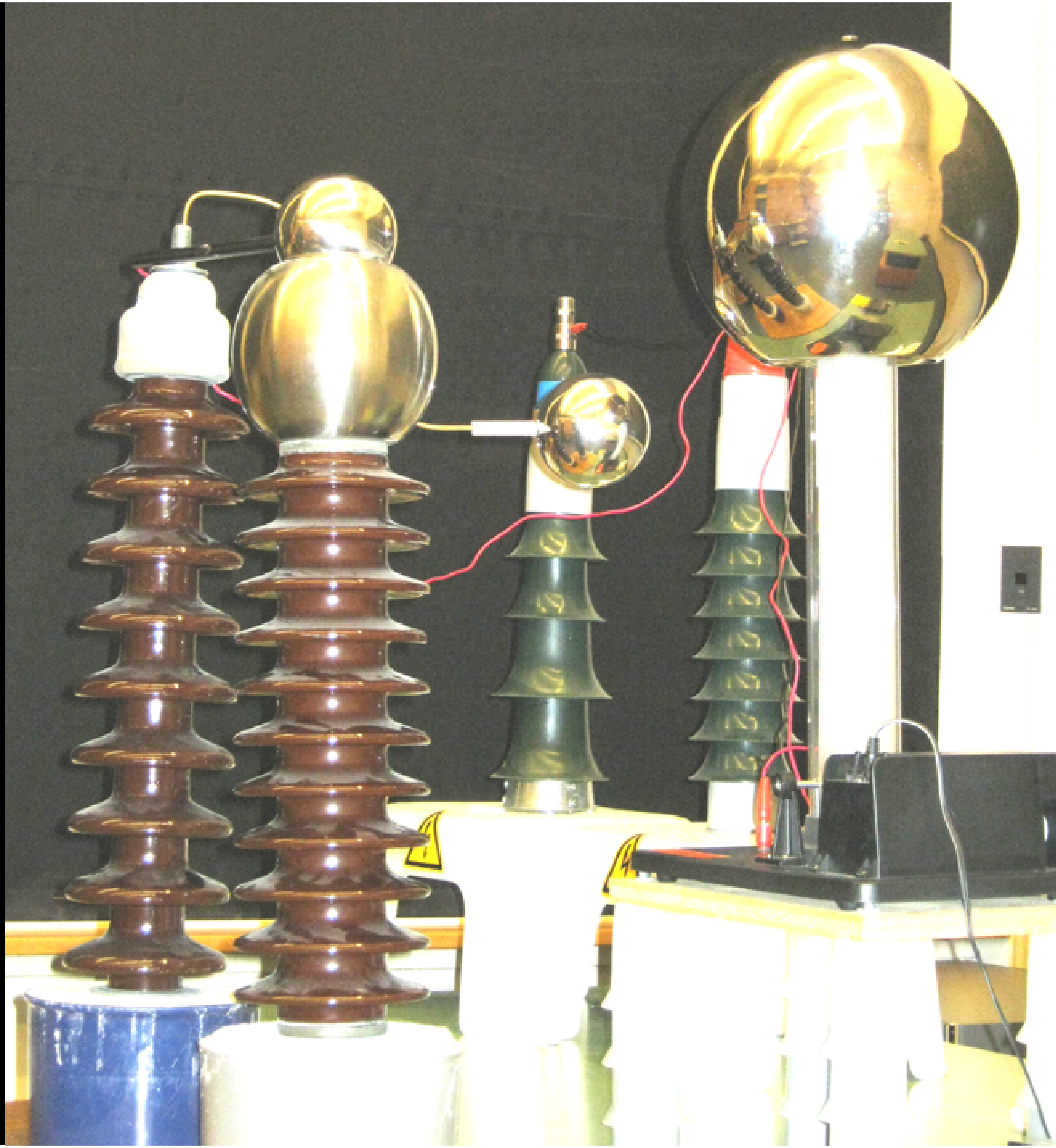
200 Dynamik: Kräfte und Impuls

um was geht es?

- Kräfte als Ursache von Beschleunigungen (da kommt die Physik ins Spiel)
- Kräfte als Impulsströme
- Beschreibung von Systemen mittels Kräfte und Impuls



211 Trägheit

211 Ziele

- Trägheitsprinzip erklären können
- Zentralkräfte bei Kreisbewegungen berechnen können

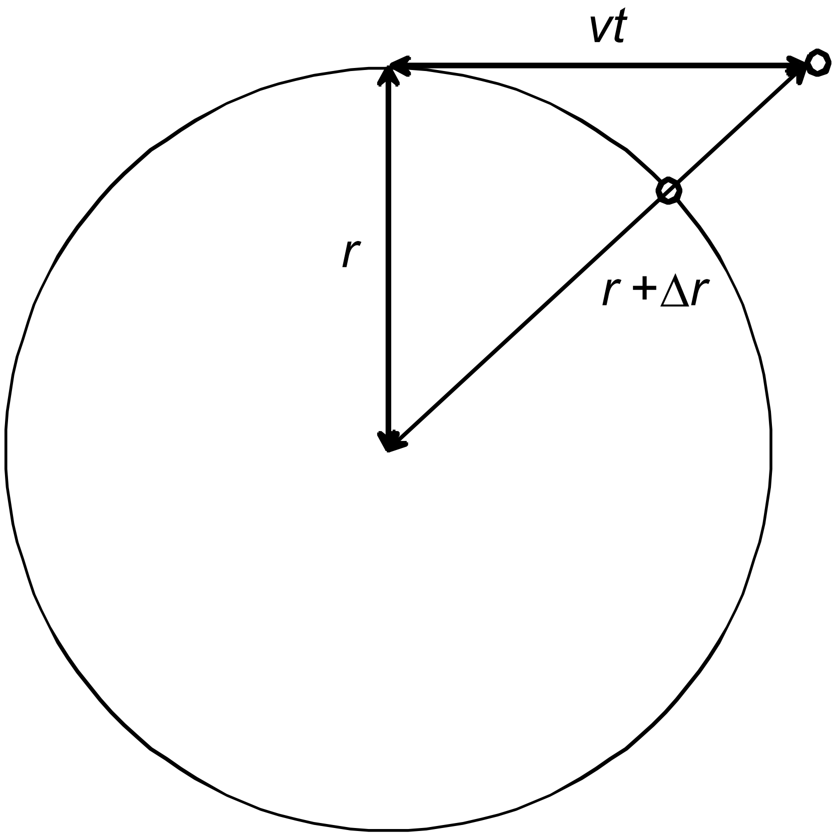
211 Theorie

Kraftwirkung führt zu Beschleunigung: je grösser die Masse, desto gösser die Trägheit (es braucht mehr Kraft, um eine gewisse Beschleunigung zu erreichen

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \cdot \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix}$$

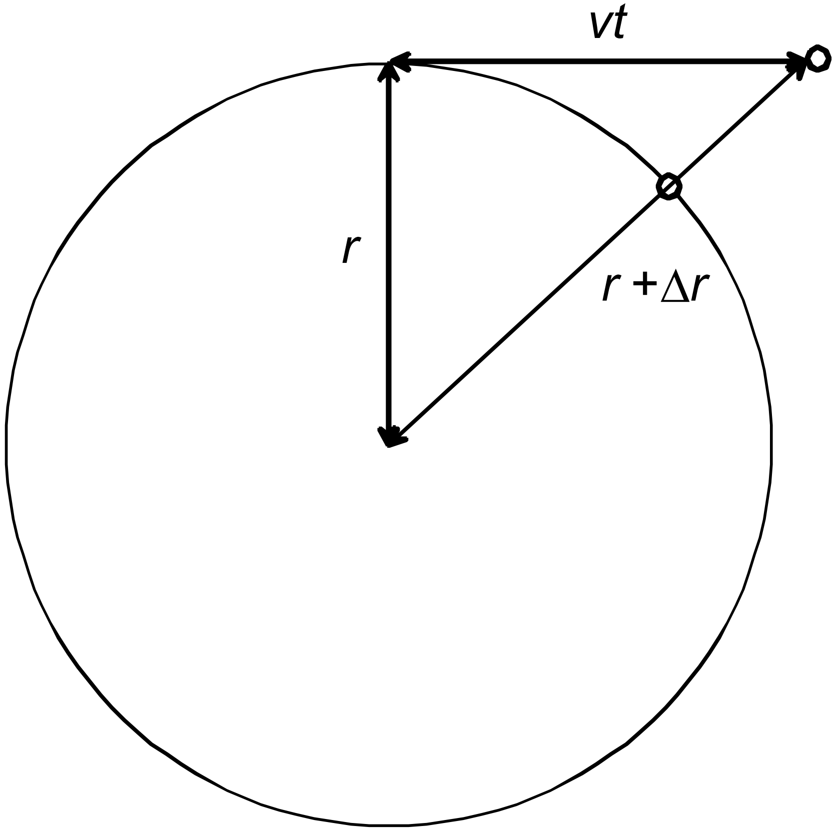
211 Theorie

Kreisbewegung



211 Theorie

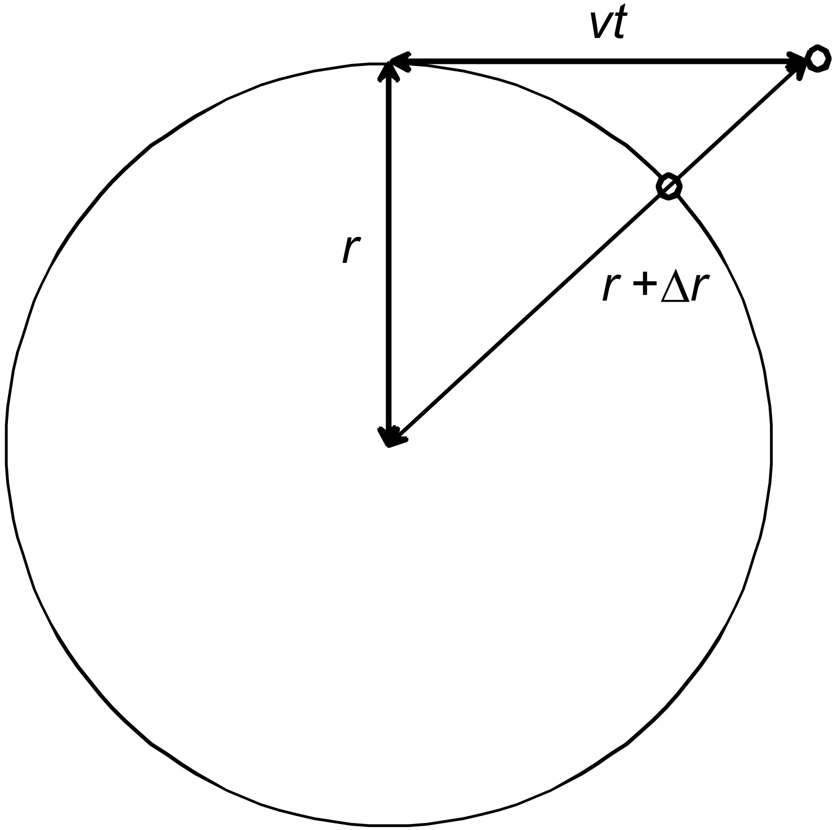
Kreisbewegung



$$(r+\Delta r)^2 = (v \cdot t)^2 + r^2$$

211 Theorie

Kreisbewegung

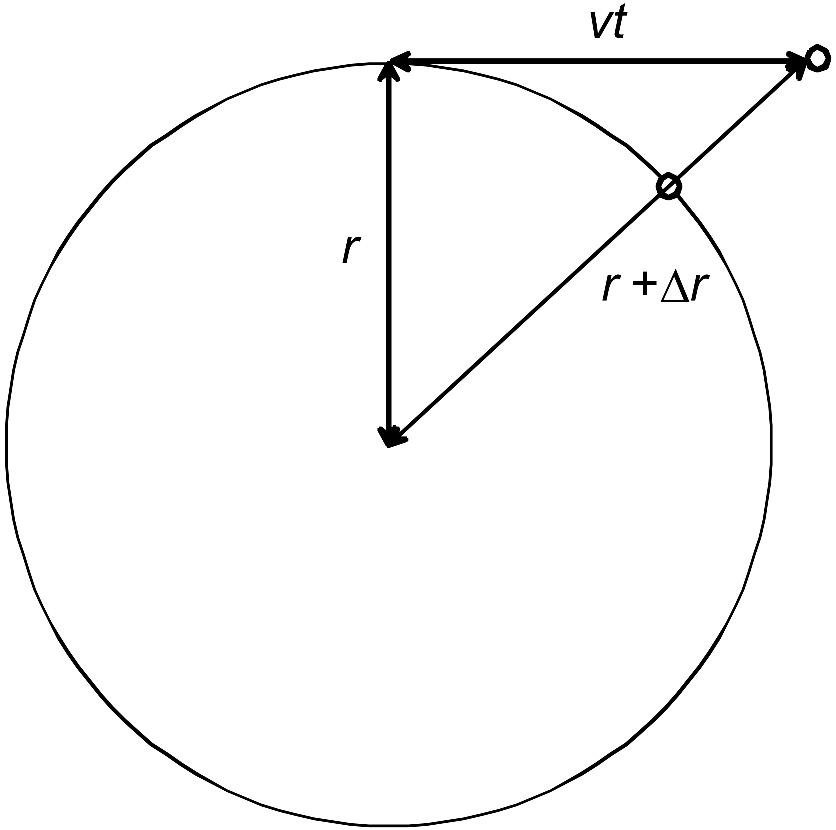


$$(r+\Delta r)^2 = (v\cdot t)^2 + r^2$$

$$r^2 + 2r\cdot\Delta r + \Delta r^2 = (v\cdot t)^2 + r^2$$

211 Theorie

Kreisbewegung



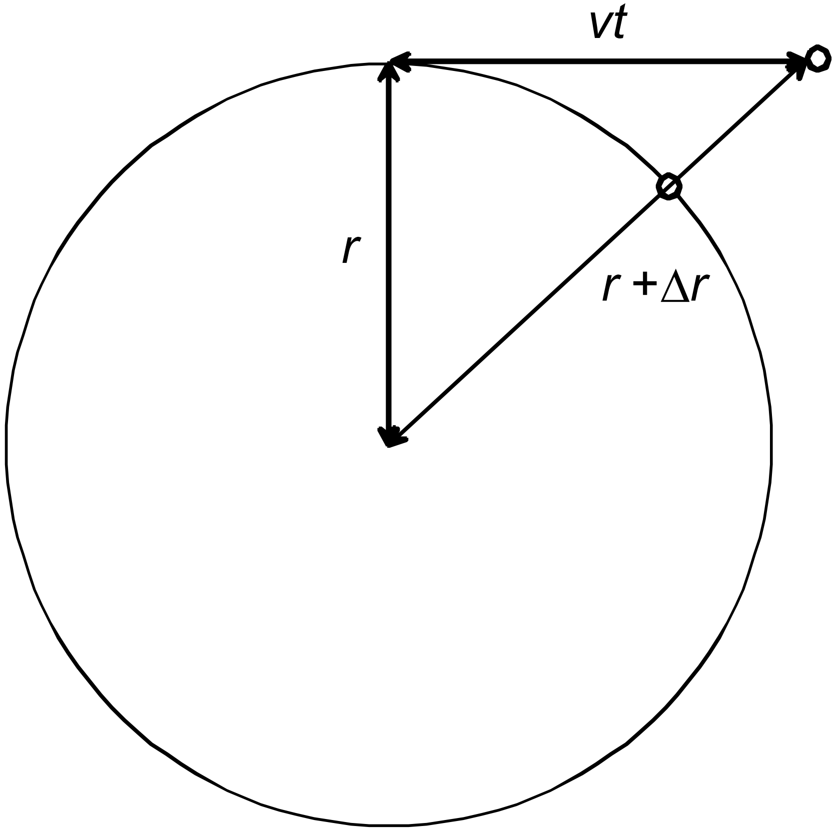
$$(r+\Delta r)^2 = (v \cdot t)^2 + r^2$$

$$r^2 + 2r \cdot \Delta r + \Delta r^2 = (v \cdot t)^2 + r^2$$

$$(2r + \Delta r) \cdot \Delta r$$

211 Theorie

Kreisbewegung



$$(r+\Delta r)^2 = (v\cdot t)^2 + r^2$$

$$r^2 + 2r\cdot\Delta r + \Delta r^2 = (v\cdot t)^2 + r^2$$

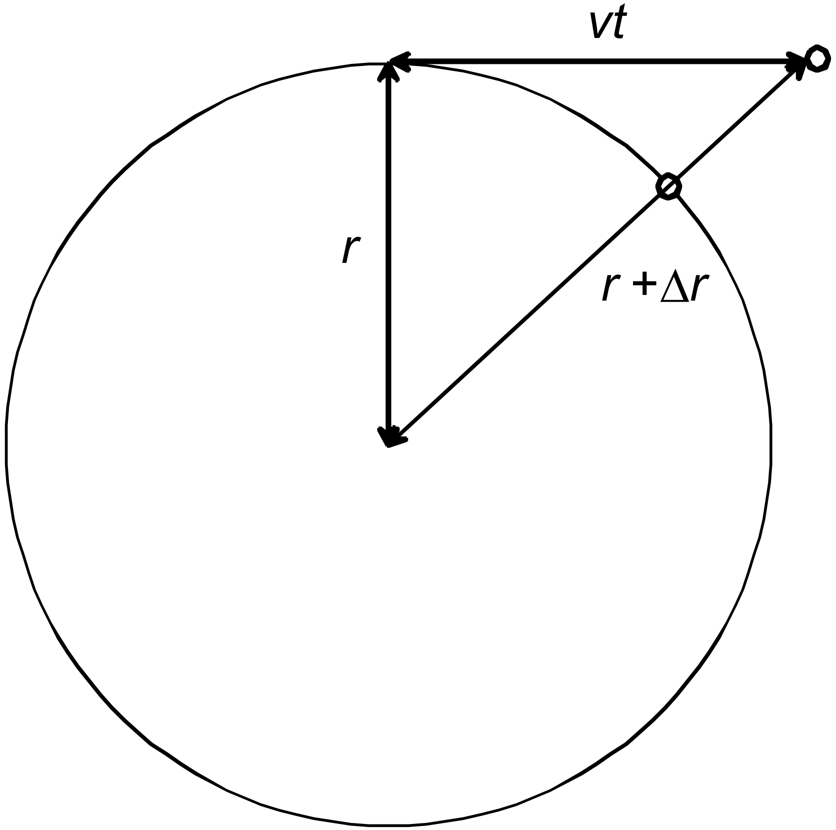
$$(2r+\Delta r)\cdot\Delta r$$

für $\Delta r << r$

$$\longrightarrow 2r\cdot\Delta r \approx v^2 t^2$$

211 Theorie

Kreisbewegung

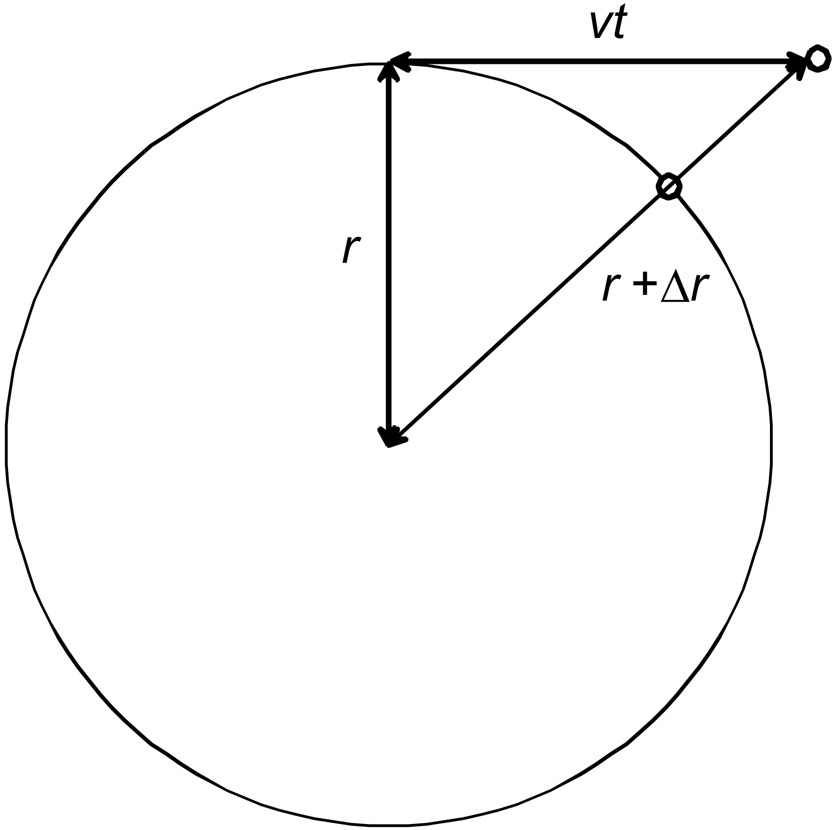


$$2r \cdot \Delta r \approx v^2 t^2$$

$$\rightarrow \quad \Delta r \approx \frac{1}{2}\left(\frac{v^2}{r}\right) \cdot t^2$$

211 Theorie

Kreisbewegung

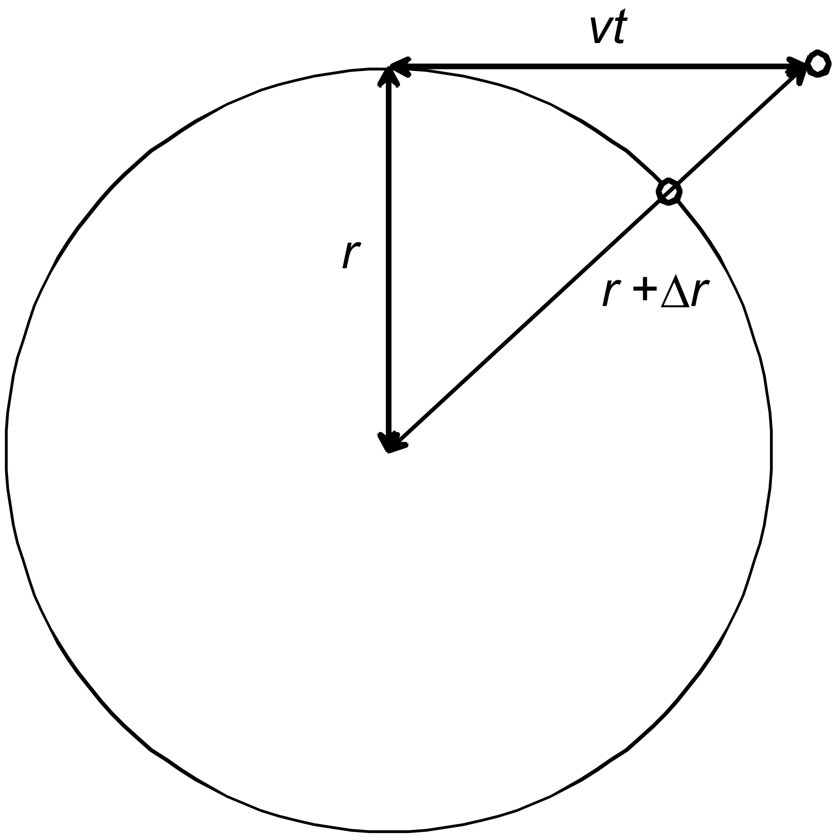


$$2r \cdot \Delta r \approx v^2 t^2$$

$$\Rightarrow \quad \Delta r \approx \frac{1}{2}\left(\frac{v^2}{r}\right) \cdot t^2 = \frac{1}{2} a t^2$$

211 Theorie

Zentralkraft



$$\boxed{F_Z = m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot a_Z}$$

211 Theorie

Winkelgeschwindigkeit

$$v = \frac{ds}{dt}$$

211 Theorie

Winkelgeschwindigkeit

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}\left[r\varphi\right]$$

211 Theorie

Winkelgeschwindigkeit

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}\left[r\varphi\right] = r \cdot \frac{d\varphi}{dt}$$

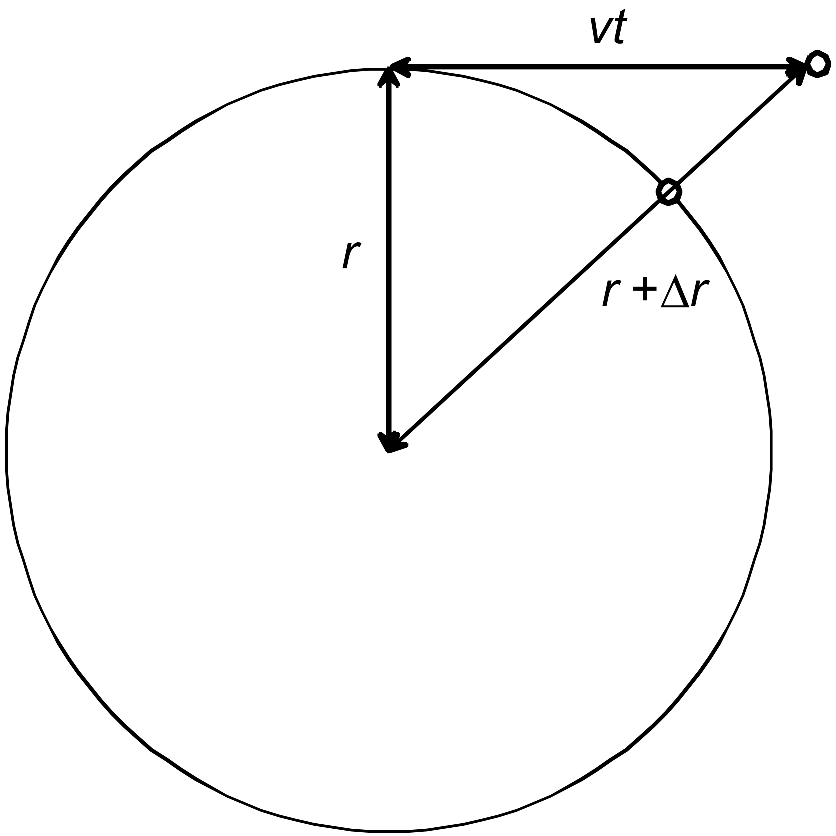
211 Theorie

Winkelgeschwindigkeit

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}\left[r\varphi\right] = r \cdot \frac{d\varphi}{dt} = r \cdot \omega$$

211 Theorie

Zentralkraft mit
Winkelgeschwindigkeit

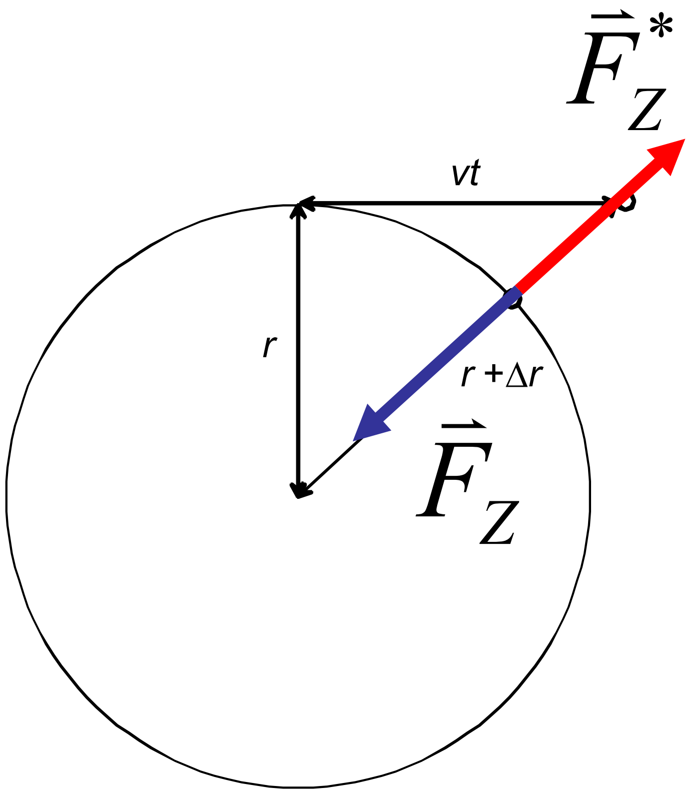


$$F_Z = m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot a_Z$$

$$F_Z = mr\omega^2$$

211 Theorie

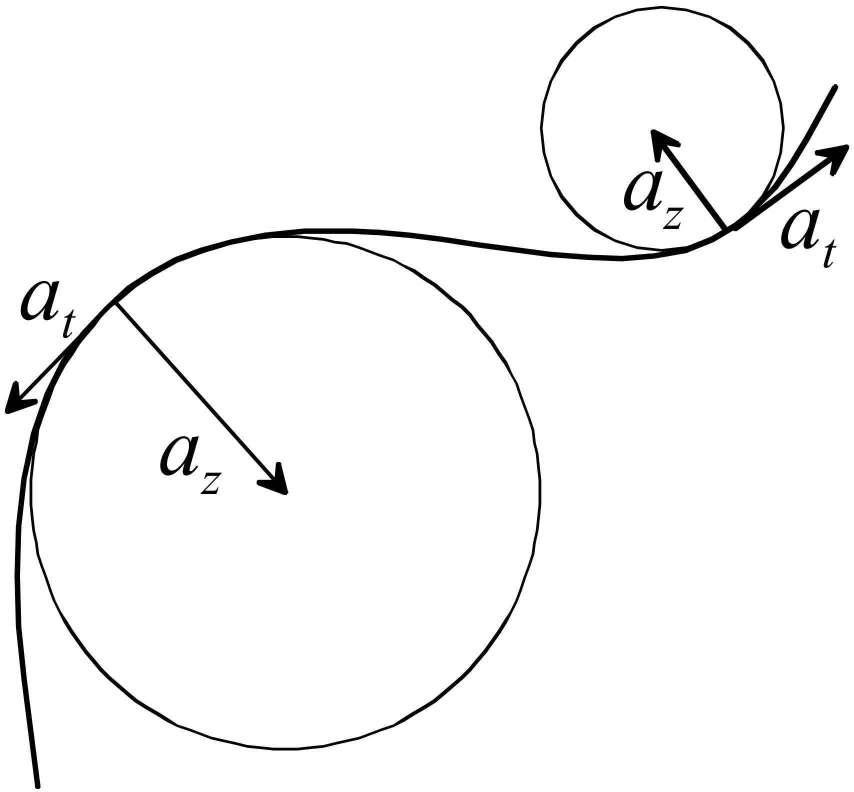
Zwei Perspektiven: ruhender Beobachter (Laborsystem) und Beobachter im rotierenden System



$$\vec{F}_Z^{\,*} = -\vec{F}_Z$$

211 Theorie

krummlinige Bewegungen



212 fundamentale Wechselwirkungen

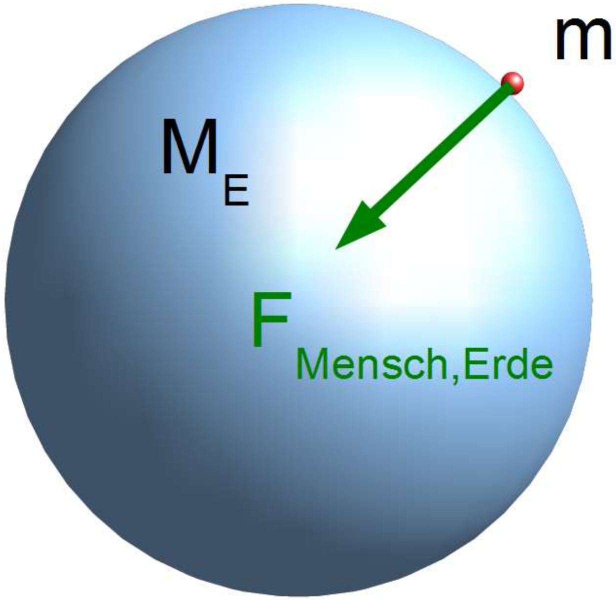
212 Ziele

- Analogie zwischen Gravitation und Elektrizität beschreiben können
- Begriff fundamentale WW beschreiben können
- Gravitationskräfte und elektrische Kräfte für Punktmassen bzw. Punkladungen berechnen können

"Schwerebeschleunigung" *g*

$$\vec{F}_{\text{Mensch,Erde}} = -\gamma \frac{mM_E}{\left|\vec{r}_{mM_E}\right|^2} \vec{n}_{mM_E}$$

Aus Gründen, die wir nicht detailliert besprechen, beziehen sich Distanzen in Gravitationsgesetzrechnungen (bei uns) immer auf die Distanz der jeweiligen Schwerpunkte der beiden Massen.

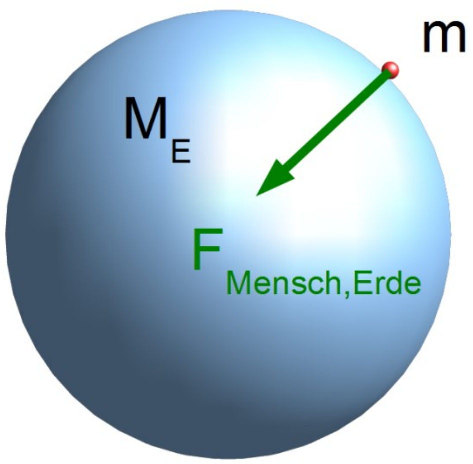


“Schwerebeschleunigung“ g

$$m\vec{a} = -\gamma \frac{mM_E}{\left|\vec{r}_{mM_E}\right|^2}\vec{n}_{mM_E}$$

$$\vec{a} = -\gamma \frac{M_E}{\left|\vec{r}_{mM_E}\right|^2}\vec{n}_{mM_E}$$

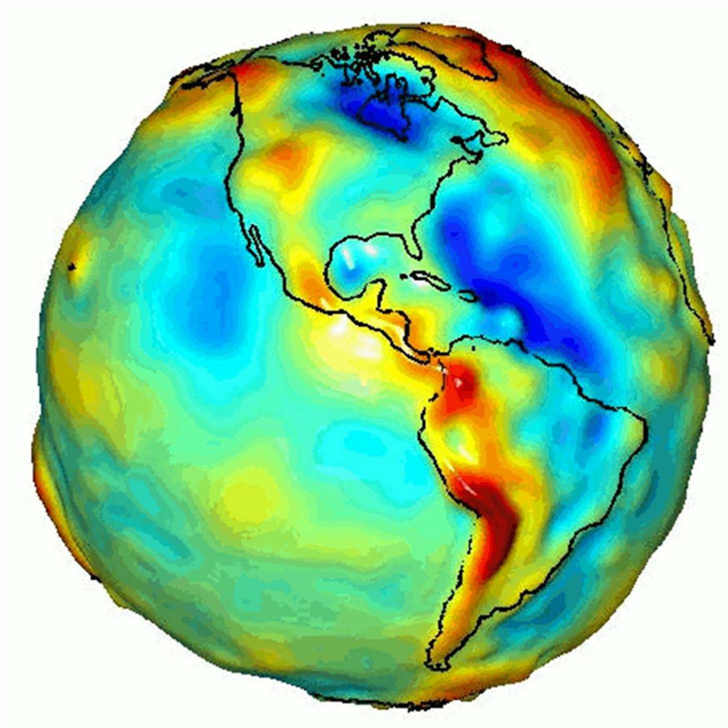
$$\left|\vec{a}\right| = const. = g$$



- Sie sehen, warum wir häufig g als "Erdbeschluenigung" bezeichnen.
- Die Konstante g ist nicht wirklich konstant: Die obige Überlegung stimmt nur für eine perfekte Kugel mit einer Massendichte, die nur vom Abstand zum Mittelpunkt der kugel abhängt. Es stimmt aber fast.

“Schwerebeschleunigung“ *g*

- In der Tat variiert g leicht. Hier sehen Sie eine Karte, die diese Variation illustriert.



GRACE mission, NASA

212 Theorie

$$F_G = \gamma \cdot \frac{mM}{r^2}$$

Gravitation: Massen *m* und *M*, Gravitationskonstante γ

212 Theorie

$$F_G = \gamma \cdot \frac{mM}{r^2}$$

$$F_E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{qQ}{r^2}$$

Gravitation: Massen *m* und *M,* Gravitationskonstante γ

Elektrizität: Ladungen *q* und *Q,* Feldkonstante ε_0

212 Theorie

$$F_G = \gamma \cdot \frac{mM}{r^2}$$

Gravitation: Massen *m* und *M*, Gravitationskonstante γ

$$F_E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{qQ}{r^2}$$

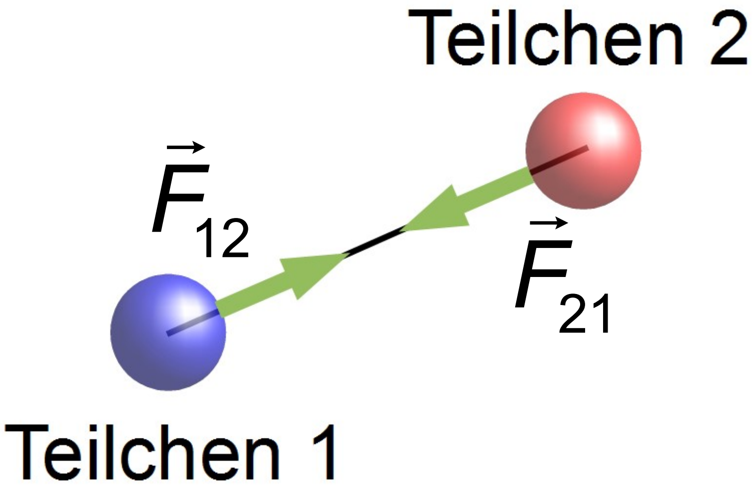
Elektrizität: Ladungen *q* und *Q*, Feldkonstante ε_0

Wechselwirkung

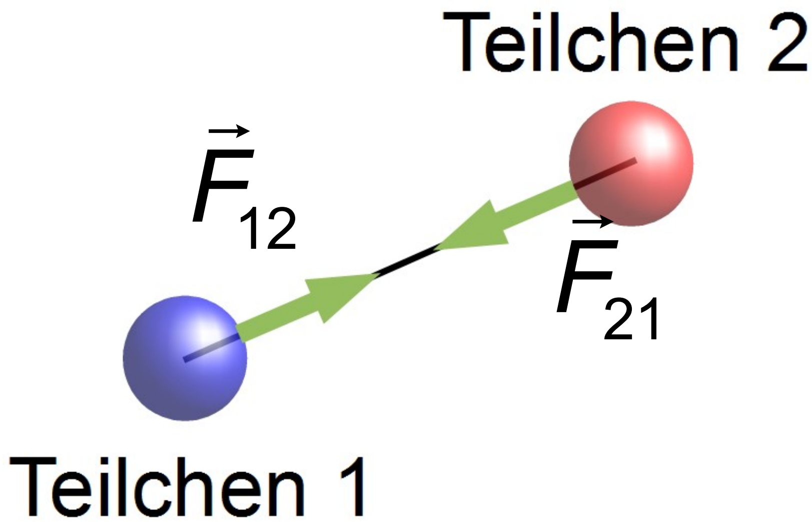
$$\boxed{\vec{F}_{mM} = -\vec{F}_{Mm}}$$

Physik und Kinematik: Zentralkräfte

- Die Kräfte zwischen den Massenpunkten/Teilchen sind in der Regel **Zentralkräfte**: sie liegen auf der Richtung der Verbindungsachse zwischen den Teilchen.
- Dass die Kräfte Zentralkräfte sind, kann aus tieferliegenden (Symmetrie-) Gründen motiviert werden; es ist aber an sich nicht zwingend der Fall.
- Die Grösse der Kraft hängt i.A. vom Abstand zwischen den Teilchen ab.



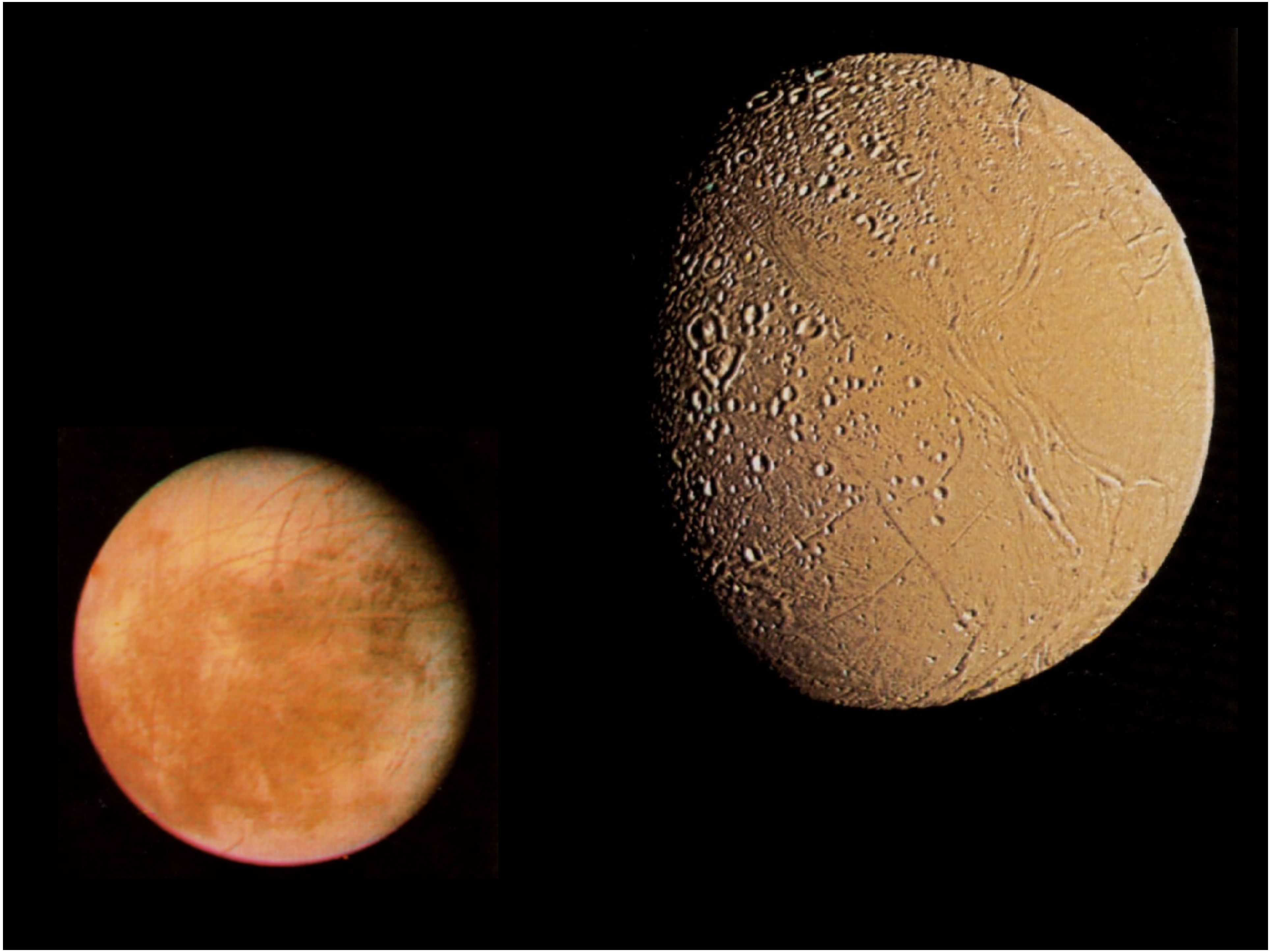
Zentralkräfte



$$\vec{a}_i = \frac{1}{m_i}\left(\sum_{j\neq i}^{N}\vec{F}_{ij}^{\text{intern}} + \sum_{k}^{K}\vec{F}_{ik}^{\text{extern}}\right)$$

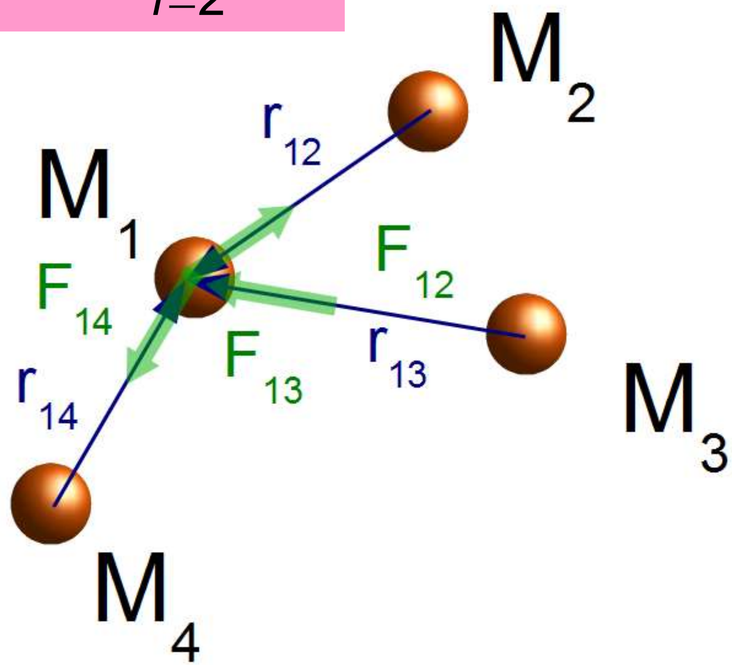
$\vec{F}_{ij}^{\text{intern}}$: Kraft auf Teilchen i, verursacht durch Teilchen j.

$\vec{F}_{ik}^{\text{extern}}$: Externe Kraft k (von K) auf Teilchen i.



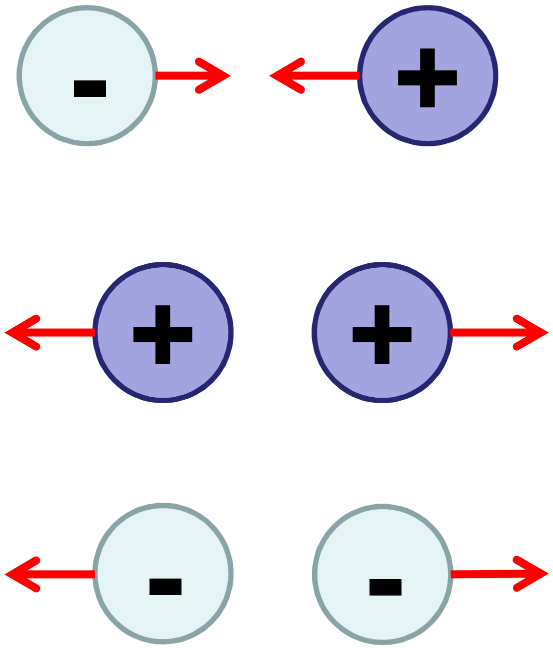
Superpositionsprinzip

$$\vec{F}_1 = \sum_{i=2}^{4} \vec{F}_{1i}$$



Der tiefere Punkt des Superpositionsprinzips ist, dass alle Einwirkungen auf eine Masse als Summe von Paarwechselwirkungen verstanden werden können! ➔ Was Hans macht, kann verstanden werden durch den Einfluss den Vreni auf ihn hat plus den Einfluss, den Fritz auf ihn hat. Die Einflüsse von Fritz und Vreni addieren sich aber beeinflussen sich nicht!

Elektrische Kräfte



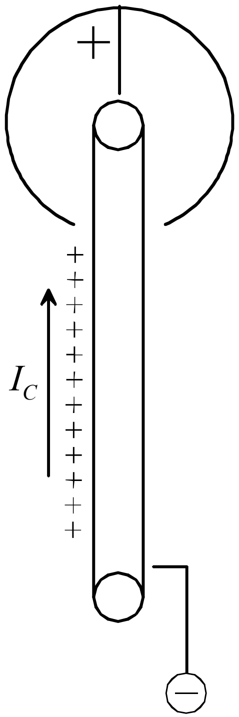
Elektrische Ladung

- «Menge an Elektrizität»
- Wechselwirkung: Die Kraftwirkung ist gegenseitig und geht auch durchs Vakuum (elektrisches Feld)
- Anziehende Kräfte zwischen Ladungen mit unterschiedlichem Vorzeichen
- Abstossende Kräfte zwischen Ladungen mit gleichem Vorzeichen

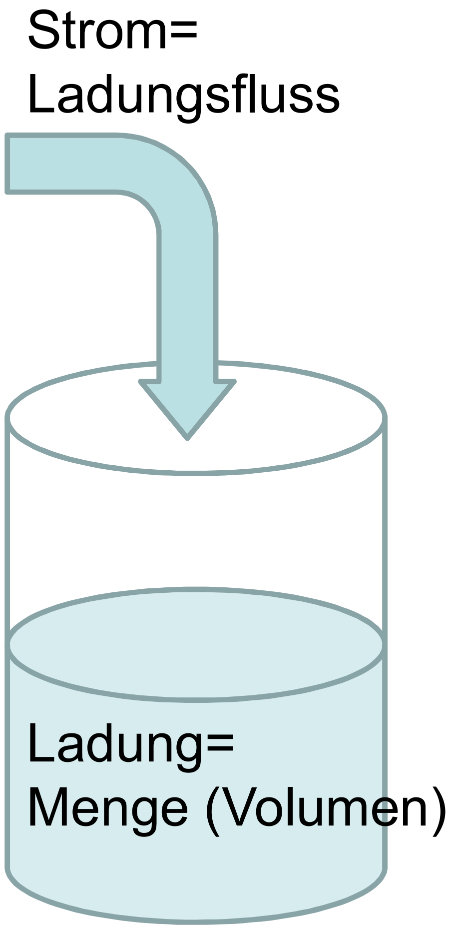
212 Experiment

Band- oder Van de Graaf-Generator

$$I_C = \frac{dQ}{dt}$$



Elektrische Ladung und Strom



Elektrischer Strom, Stromstärke

- Elektrische Ladung kann fliessen
- wenn Ladung durch einen Draht fliesst, fliesst ein elektrischer Strom
- Stromstärke entspricht der elektrischen Ladung, welche pro Zeit durch einen Leiter fliesst.
- Die Stromstärke wird in Ampère (A) gemessen.
- Bandgenerator: Ladestrom via Kunststoffband (wenige μA)

213 Reibungskräfte

213 Ziele

- Gleit- und Haftreibungskräfte für ein fache Beispiele berechnen können

213 Theorie

$$F_R = \mu_G \cdot F_N$$

Gleitreibung

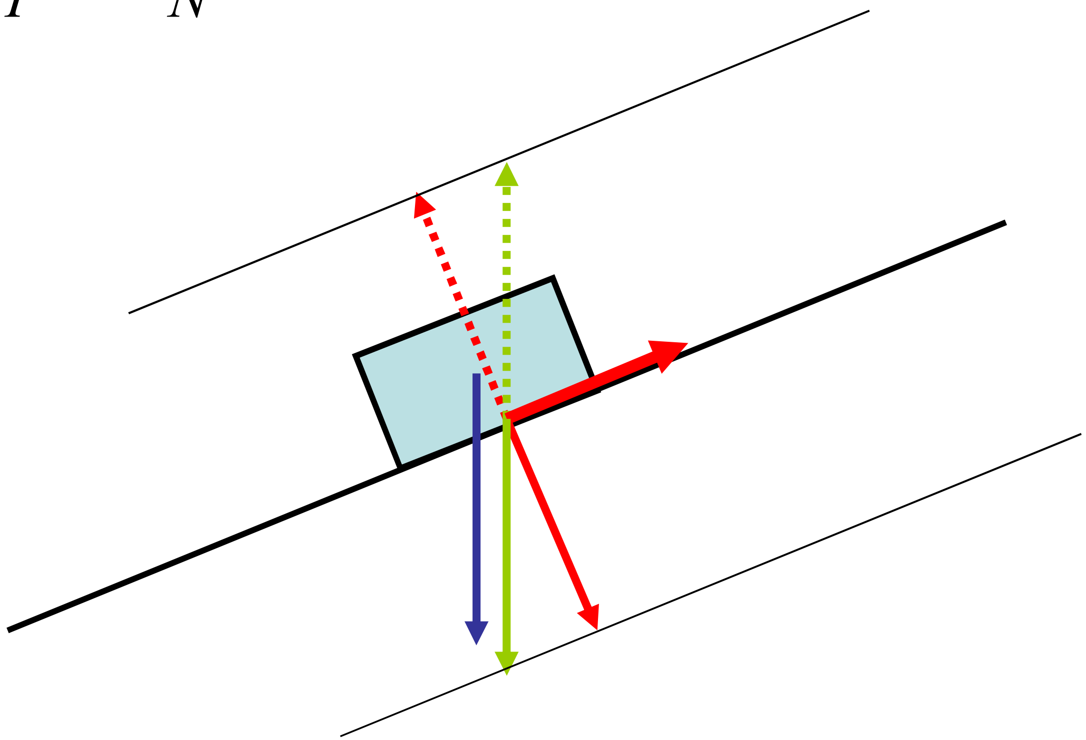
213 Theorie

$$F_R = \mu_G \cdot F_N$$

Gleitreibung

Haftreibung

$$F_R \leq \mu_H \cdot F_N$$



213 Theorie

	μ_G	μ_H
Holz auf Holz	0.4	0.6
Stahl auf Stahl	0.1	0.15
Pneu auf trockenem Asphalt	0.6	1.0
Stahl auf Eis	0.014	0.027

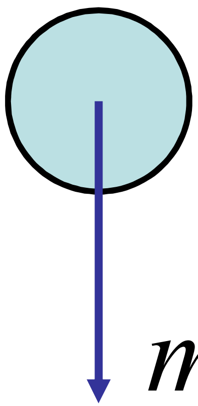
221 freier Fall mit Luftwiderstand

221 Ziele

- Fallbewegung als dynamischer Prozess verstehen können
- Fallbewegung als dynamischer Prozess beschreiben können
- Unterschied zwischen Differentialgleichung und Lösungsfunktion dieser DGL kennen

221 Theorie

Fallbewegung



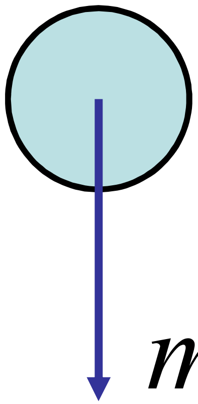
$$m\vec{a} = \vec{F}_G$$

$$ma = \sum_i F_i$$

$$\longrightarrow \quad ma = mg$$

221 Theorie

Fallbewegung



$$m\vec{a} = \vec{F}_G$$

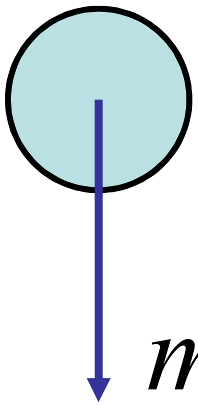
$$ma = mg$$

$$\longrightarrow \quad \frac{dv}{dt} = g$$

221 Theorie

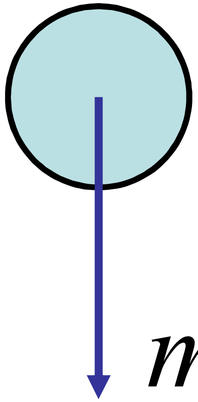
Lösung für die Gleichung

$$\frac{dv}{dt} = g$$



$$m\vec{a} = \vec{F}_G$$

221 Theorie



$$m\vec{a} = \vec{F}_G$$

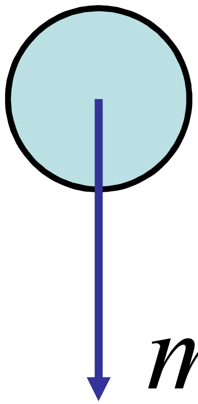
Lösung für die Gleichung

$$\frac{dv}{dt} = g$$

$$\longrightarrow \quad v(t) = g \cdot t + c$$

221 Theorie

Lösung für die Gleichung



$$m\vec{a} = \vec{F}_G$$

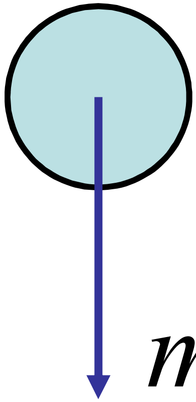
$$\frac{dv}{dt} = g$$

$$\longrightarrow \quad v(t) = g \cdot t + c$$

Kontrolle

$$\frac{d}{dt}\left[g \cdot t + c\right] = g$$

221 Theorie



$$m\vec{a} = \vec{F}_G$$

Lösung für die Gleichung

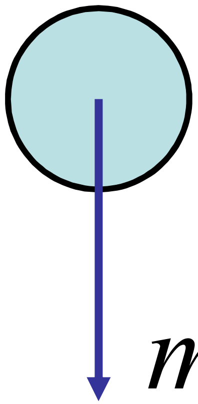
$$v(t) = g \cdot t + c$$

$$\longrightarrow \quad s(t) = \frac{1}{2} g t^2 + v_0 t + s_0$$

221 Theorie

Lösung für die Gleichung

$$v(t) = g \cdot t + c$$

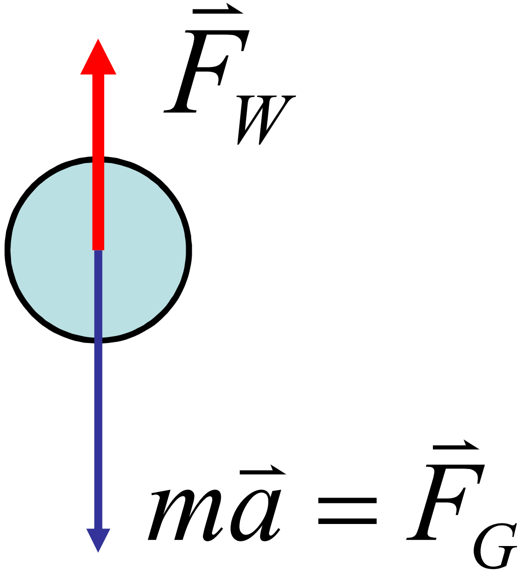


$$m\vec{a} = \vec{F}_G$$

$$\longrightarrow \quad s(t) = \frac{1}{2} g t^2 + v_0 t + s_0$$

Kontrolle

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2} g t^2 + v_0 t + s_0\right] = g t + v_0$$

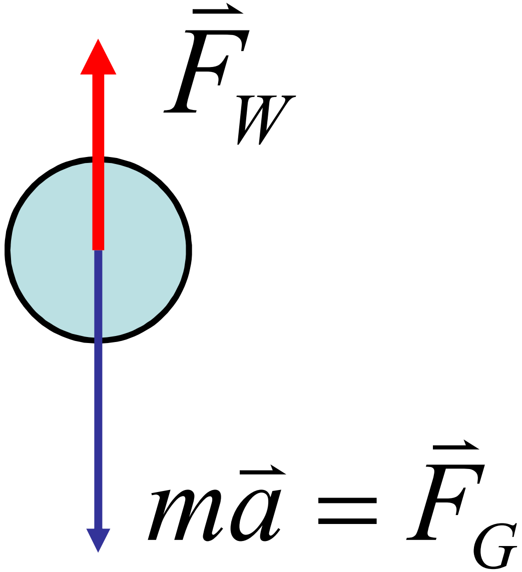


221 Theorie

Mit Luftwiderstand:

$$ma = \sum_i F_i = F_G - F_W$$

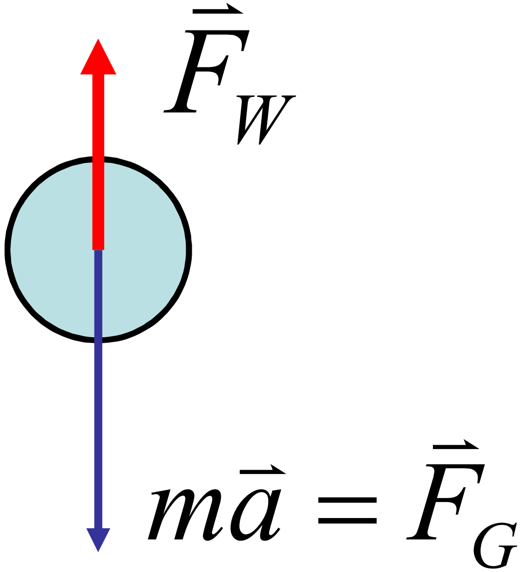
221 Theorie



Mit Luftwiderstand:

$$ma = \sum_i F_i = F_G - F_W$$

$$F_w = c_w \frac{\rho A}{2} \cdot v^2$$



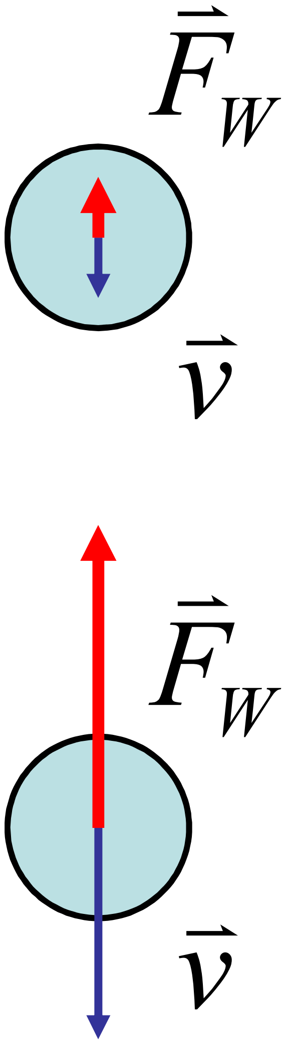
221 Theorie

Mit Luftwiderstand:

$$ma = \sum_i F_i = F_G - F_W$$

$$F_w = c_w \frac{\rho A}{2} \cdot v^2$$

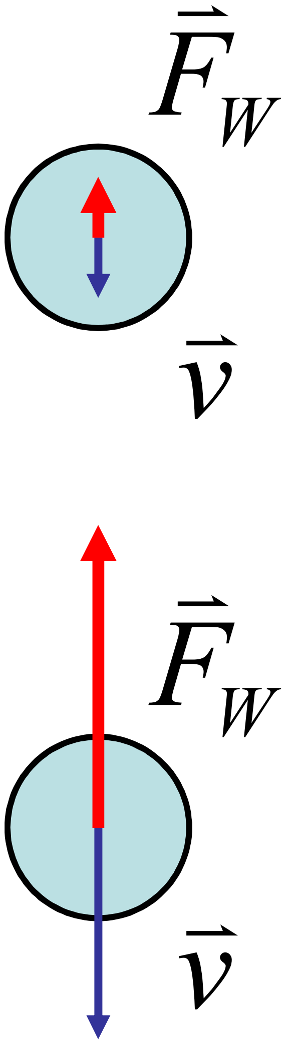
$$\rightarrow \frac{dv}{dt} = g - c_w \frac{\rho A}{2m} \cdot v^2$$



221 Theorie

Was ist die Lösung von:

$$\frac{dv}{dt} = -v^2$$

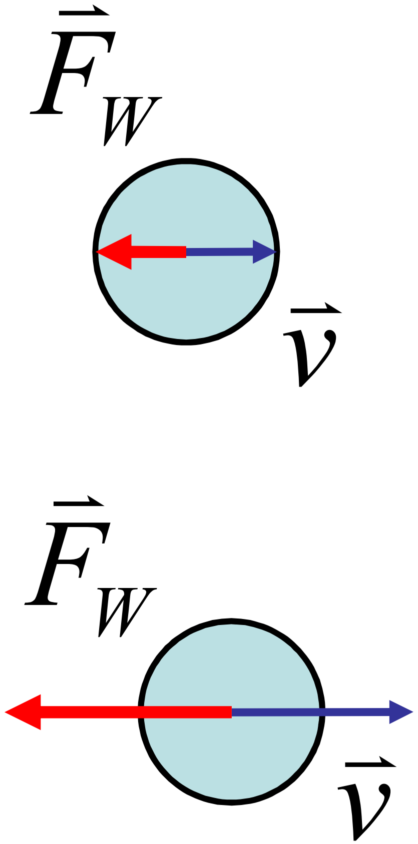


221 Theorie

Was ist die Lösung von:

$$\frac{dv}{dt} = -v^2 = \frac{d}{dt}\left[t^{-1}\right] = -t^{-2}$$

$$\rightarrow \quad v(t) = t^{-1}$$

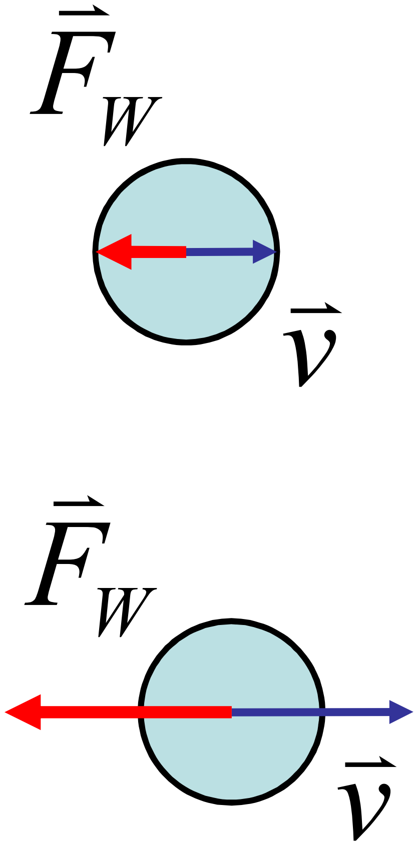


221 Theorie

Was ist die Lösung von (horizontale Bewegung):

$$\frac{dv}{dt} = -c_w \frac{\rho A}{2m} \cdot v^2$$

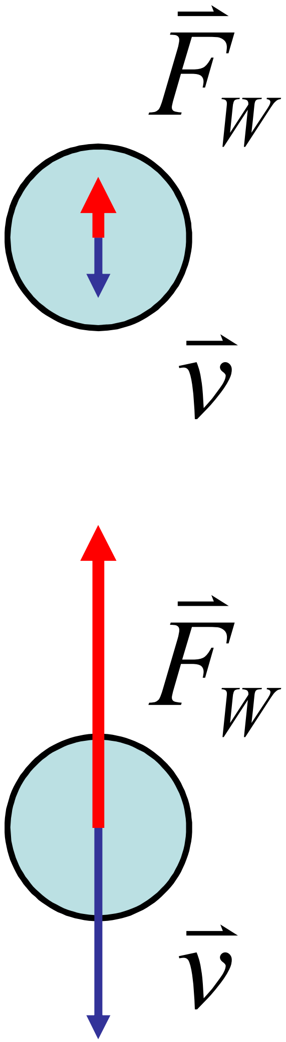
221 Theorie



Was ist die Lösung von
(horizontale Bewegung):

$$\frac{dv}{dt} = -c_w \frac{\rho A}{2m} \cdot v^2$$

$$\Rightarrow \quad v = v(t) = \left[\left(c_w \frac{\rho A}{2m} \right) \cdot t - c \right]^{-1}$$

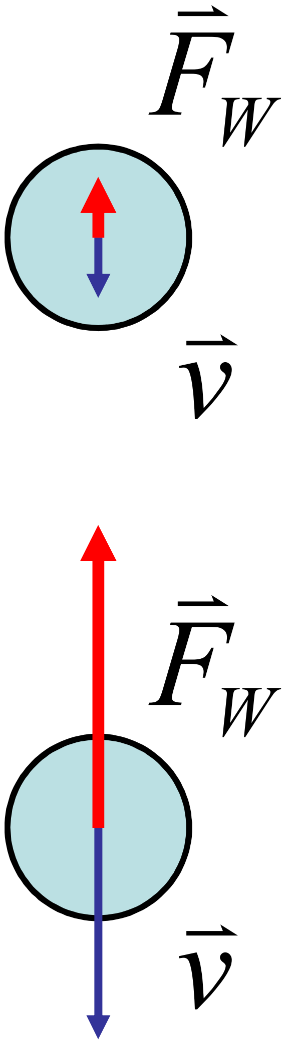


221 Theorie

Was ist die Lösung von
(vertikale Bewegung):

$$\frac{dv}{dt} = g - c_w \frac{\rho A}{2m} \cdot v^2$$

$\Rightarrow$

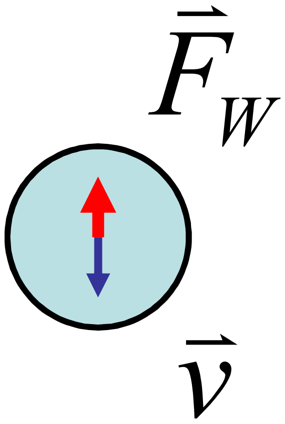


221 Theorie

Was ist die Lösung von
(verikale Bewegung):

$$\frac{dv}{dt} = g - c_w \frac{\rho A}{2m} \cdot v^2$$

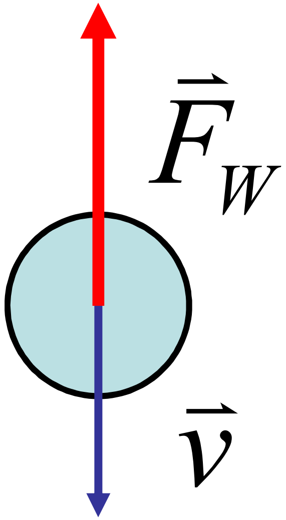
➡ Andere Variante:
Numerische Lösung!



221 Theorie

numerische Lösung von
(horizontale Bewegung):

$$\frac{dv}{dt} = g - c_w \frac{\rho A}{2m} \cdot v^2$$



Einfaches schrittweises Verfahren (Euler)

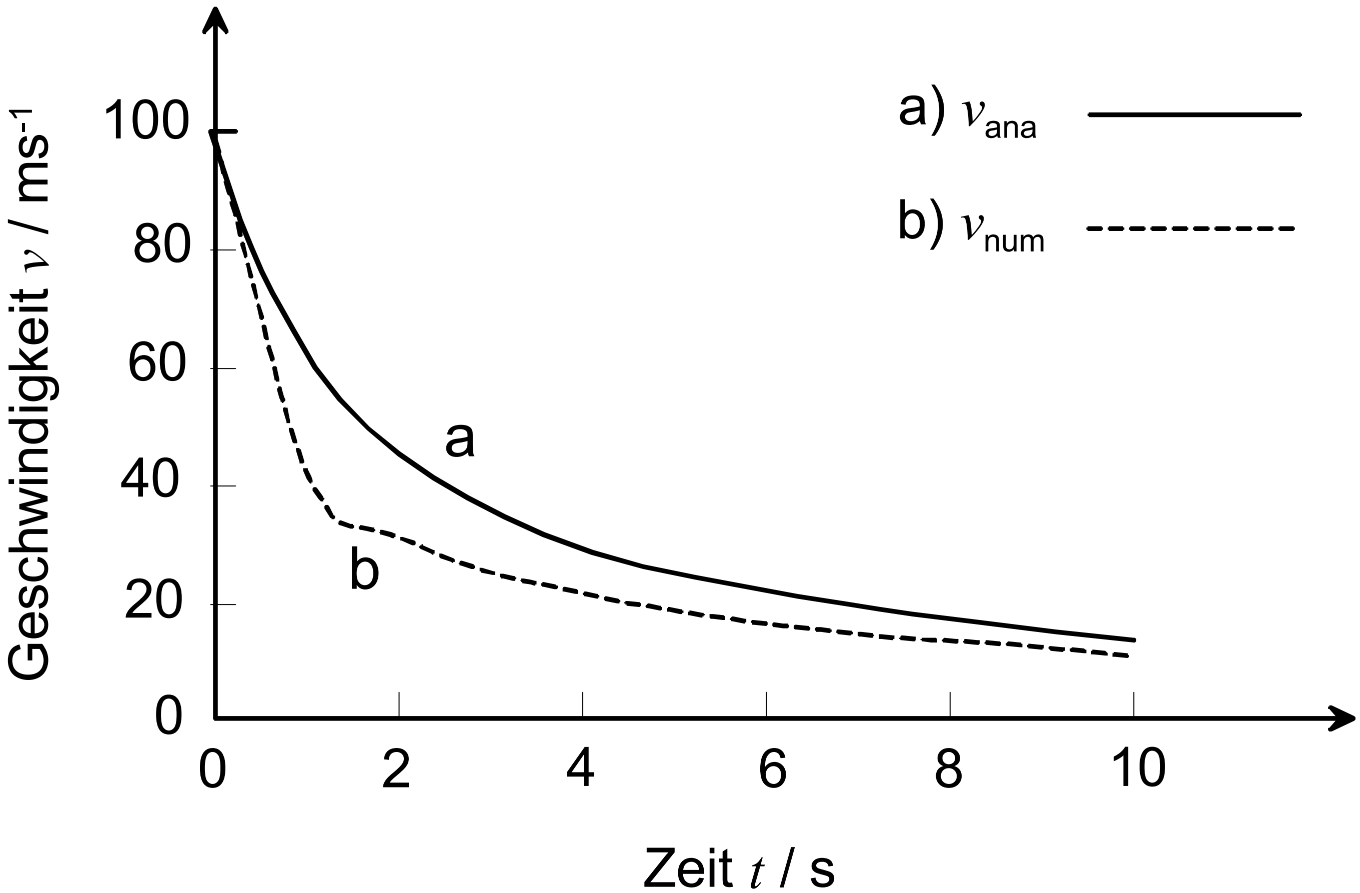
$$v_{n+1} = v_n + \Delta v_n = v_n + \left(g - c_w \frac{\rho A}{2m} \cdot v_n^2 \right) \cdot \Delta t$$

221 Theorie

Tab.2. Berechnungstabelle für den freien Fall mit Luftwiderstand. Für den n+1-ten Schritt die Geschwindigkeit v_{n+1} aus der Geschwindigkeit des n-ten Berechnungsschritts v_n und der Geschwindigkeitszunahme Δv_n berechnet.

Zeit t	Geschwindigkeit v	Differenz Δv	Strecke s
t_0	$v_0 = v(t_0)$	$\Delta v_0 = (g - c_w \cdot \rho A (v_0)^2/(2m)) \cdot (t_1 - t_0)$	s_0
t_1	$v_1 = v_0 + \Delta v_0$	$\Delta v_1 = (g - c_w \cdot \rho A (v_1)^2/(2m)) \cdot (t_2 - t_1)$	$s_1 = v_0(t_1 - t_0) + s_0$
t_2	$v_2 = v_1 + \Delta v_1$	$\Delta v_2 = (g - c_w \cdot \rho A (v_2)^2/(2m)) \cdot (t_3 - t_2)$	$s_1 = v_1(t_2 - t_1) + s_1$
t_3	$v_3 = v_2 + \Delta v_2$	$\Delta v_3 = (g - c_w \cdot \rho A (v_3)^2/(2m)) \cdot (t_4 - t_3)$	$s_1 = v_2(t_3 - t_2) + s_2$

221 Aufgaben



222 Ballistische Kurven

222 Ziele

- numerische Lösung bei der Überlagerung von Bewegungen finden
- Probleme bei quadratischen Widerstands- / Kraftgesetzen bei der Beschreibung mehrdimensionaler Bewegungen kennen

222 Theorie

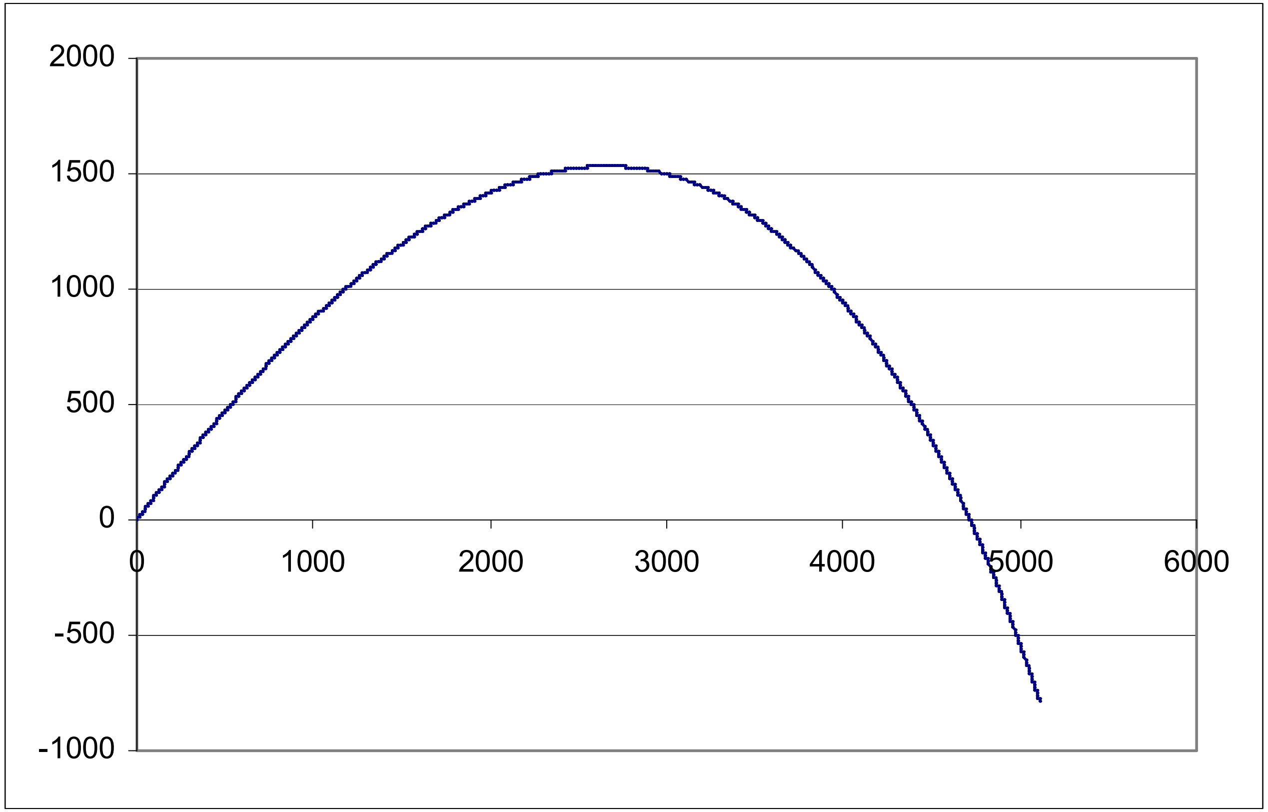
Berechnungstabelle für Wurfbahn:

t	$v_x + \Delta v_x$	Δv_x	$x + \Delta x$	$v_y + \Delta v_y$	Δv_y	$y + \Delta y$
		$= -\Delta v \cdot \cos \alpha$	$= x + v_x \cdot \Delta t$		$= -g \cdot \Delta t - \Delta v \cdot \sin \alpha$	$= y + v_y \cdot \Delta t$

v	Δv	α
$= \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$	$= c_w \dfrac{\rho A}{2m} \cdot v^2 \cdot \Delta t$	$= \arctan\left(\dfrac{v_y}{v_x}\right)$

222 Theorie

Wurfbahn mit Luftwiderstand: Ballistische Kurven

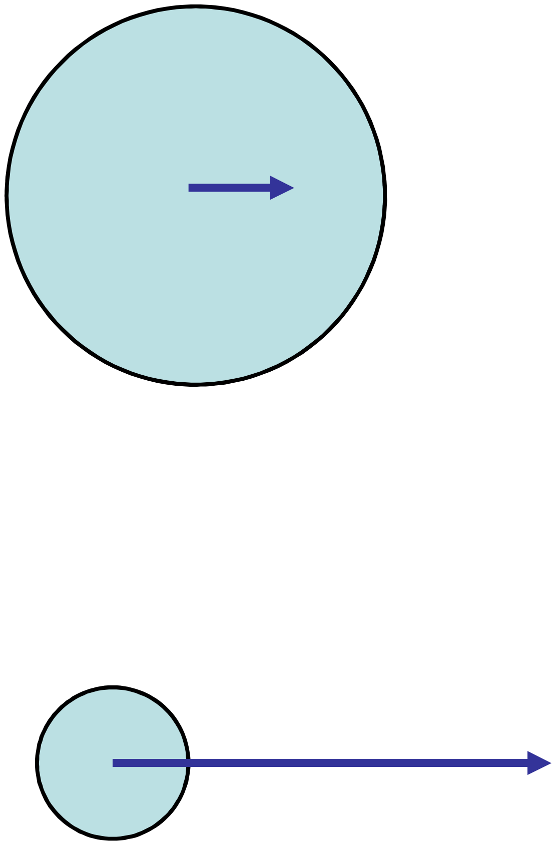


231 Impulserhaltung

231 Ziele

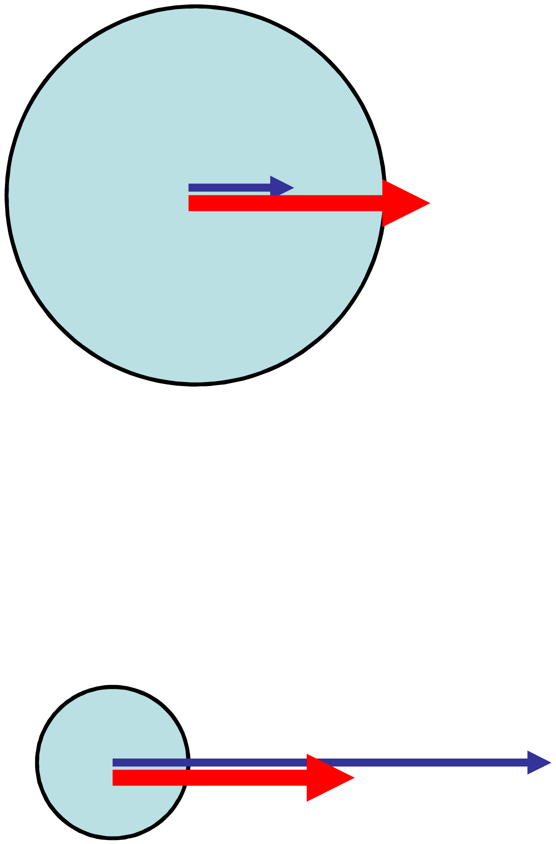
- Definition Impuls verstehen und mit Kräften in Verbindung bringen können
- Kraft als Impulsstrom verstehen

231 Theorie



Impuls: So etwas wie eine Bewegungsmenge?

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

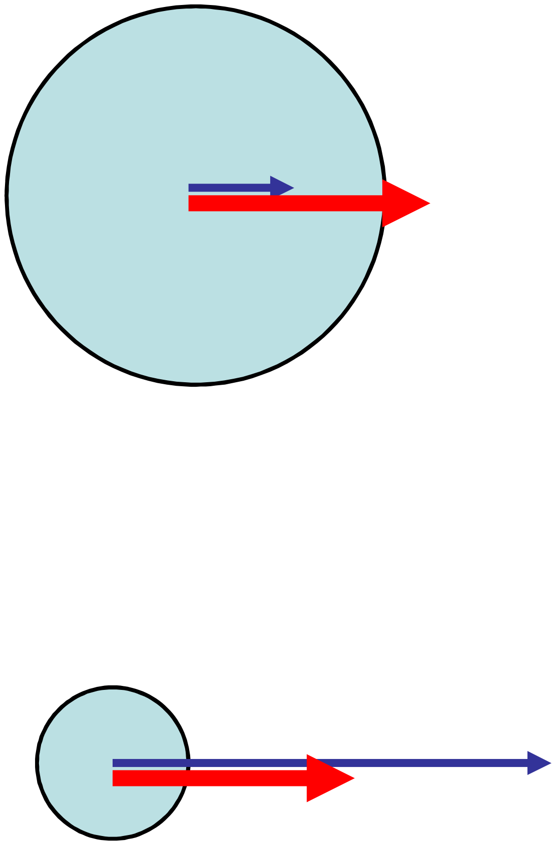


231 Theorie

Impuls: So etwas wie eine Bewegungsmenge?

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

231 Theorie



Impuls und Kraft: dazwischen steckt eine zeitliche Ableitumg

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

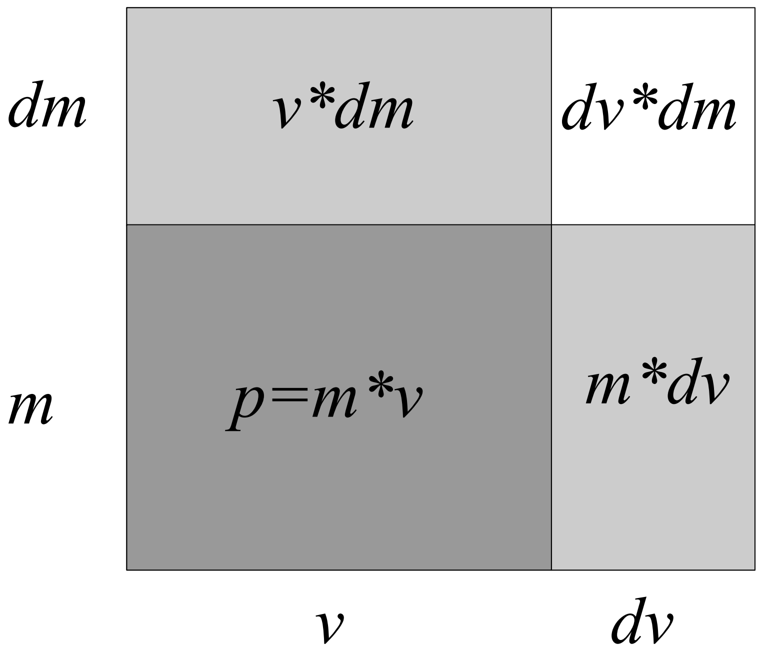
$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}\frac{dm}{dt}$$

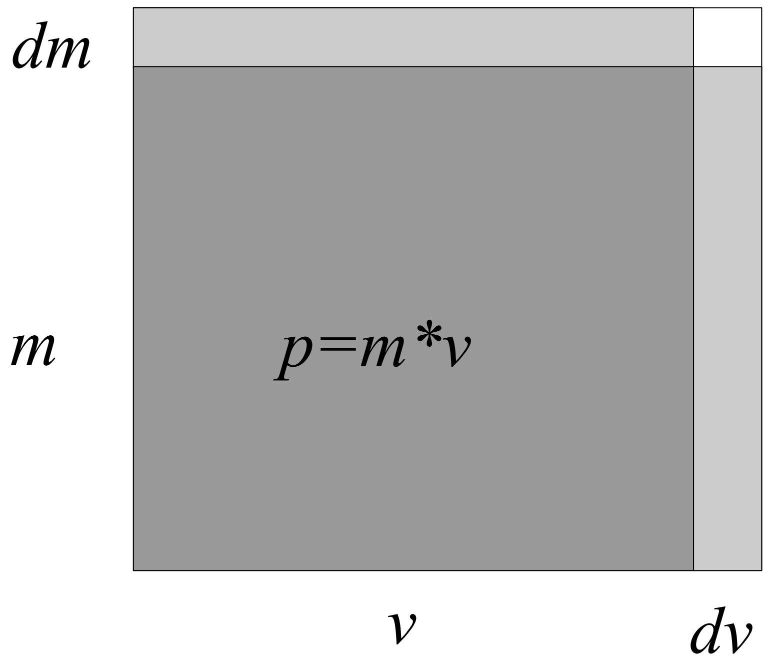
231 Theorie

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}\frac{dm}{dt}$$

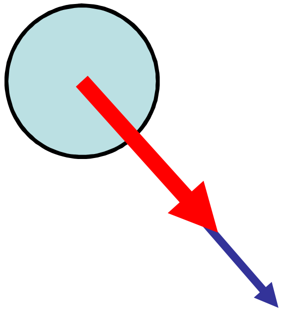
Impuls und Kraft: dazwischen steckt eine zeitliche Ableitumg





231 Theorie

Kraftvektor - Impulsvektor

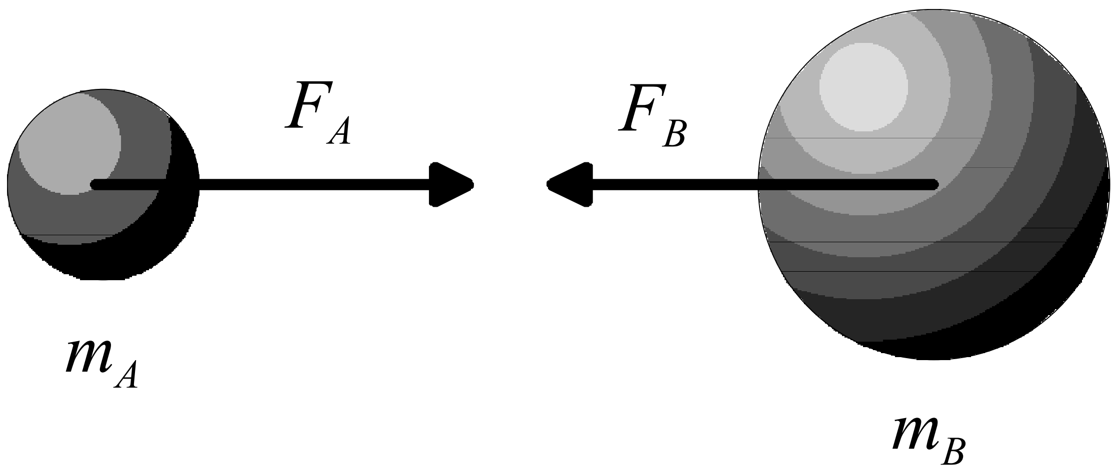


$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

231 Theorie

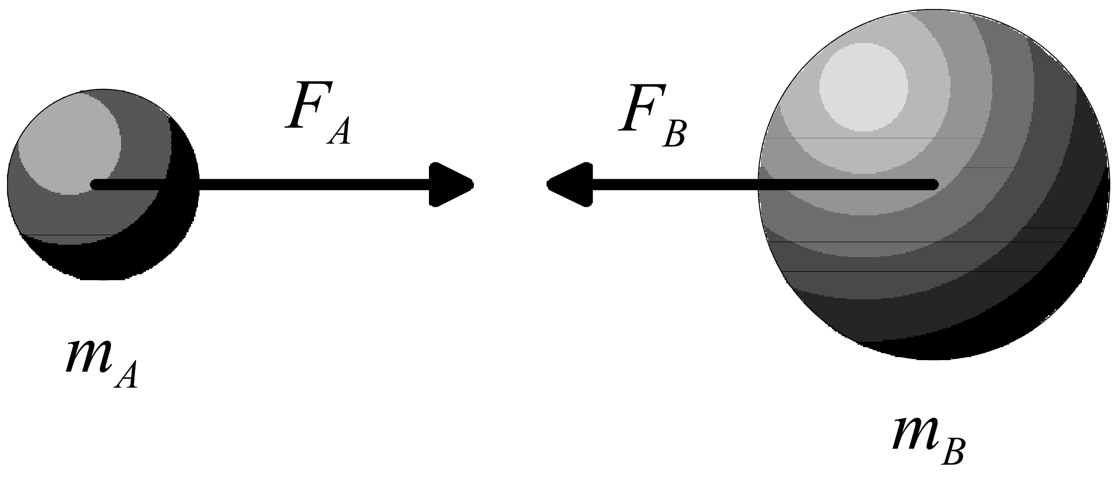
Impuls und Zweikörperproblem



231 Theorie

$$\vec{F}_A + \vec{F}_B = 0$$

Impuls und
Zweikörperproblem

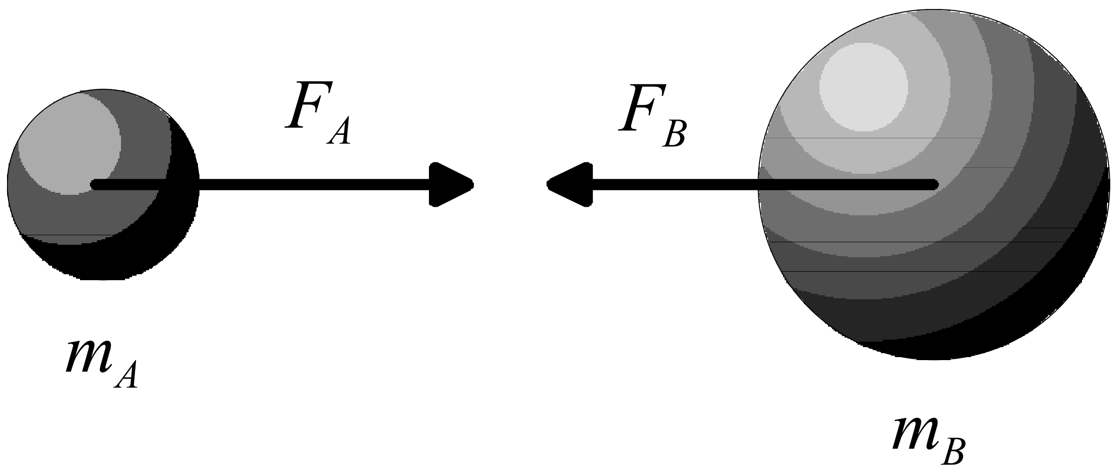


231 Theorie

Impuls und Zweikörperproblem

$$\vec{F}_A + \vec{F}_B = 0$$

$$\rightarrow \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d\vec{p}_A}{dt} + \frac{d\vec{p}_B}{dt} = 0$$



231 Theorie

Impulserhaltung

$$\vec{F}_A + \vec{F}_B = 0$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d\vec{p}_A}{dt} + \frac{d\vec{p}_B}{dt} = 0$$

$$\rightarrow \quad \vec{p} = \vec{p}_A + \vec{p}_B = \text{const.}$$

231 Theorie

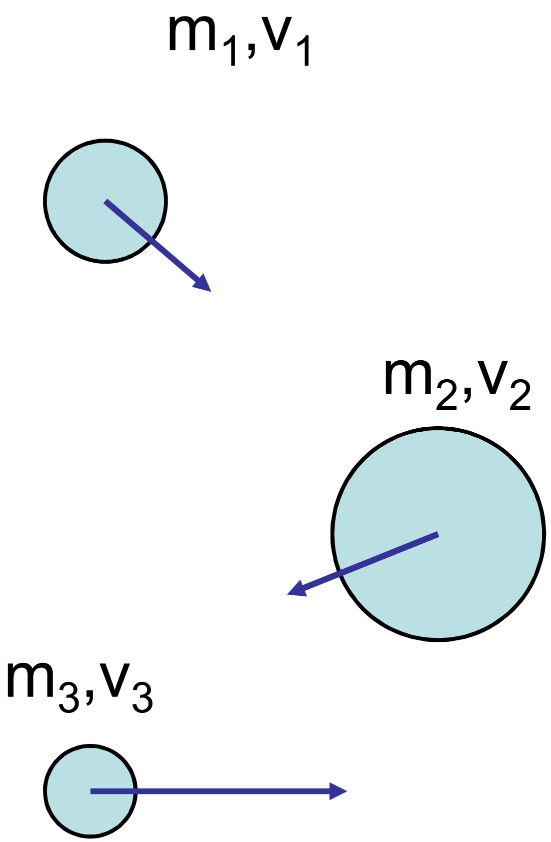
$$\vec{F}_A + \vec{F}_B = 0$$

Impulserhaltung

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d\vec{p}_A}{dt} + \frac{d\vec{p}_B}{dt} = 0$$

$$\vec{p} = \vec{p}_A + \vec{p}_B = \text{const.}$$

$$\rightarrow \boxed{\vec{p}_A(t_1) + \vec{p}_B(t_1) = \vec{p}_A(t_2) + \vec{p}_B(t_2)}$$



231 Theorie

Geschwindigkeit des Schwerpunktes

$$(m_A + m_B)\vec{v} = m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B$$

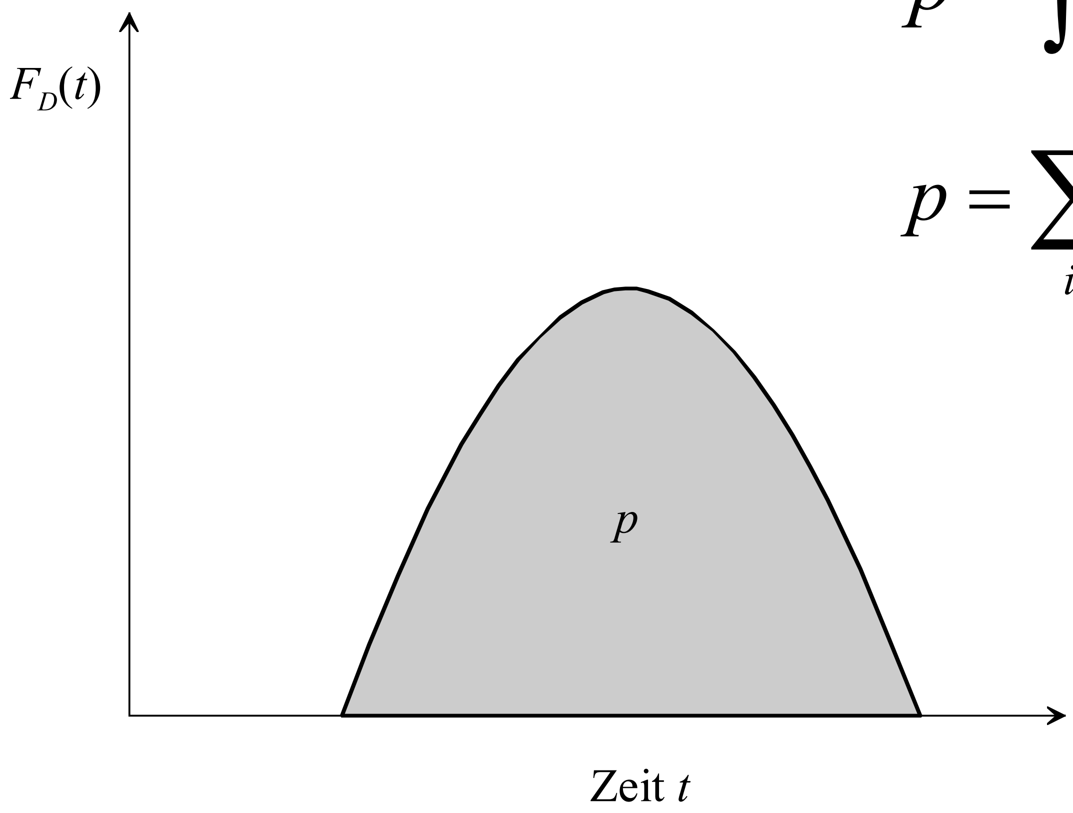
$$\vec{v} = \frac{m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B}{m_A + m_B} = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{\sum_i m_i}$$

231 Theorie

Kraftstoss

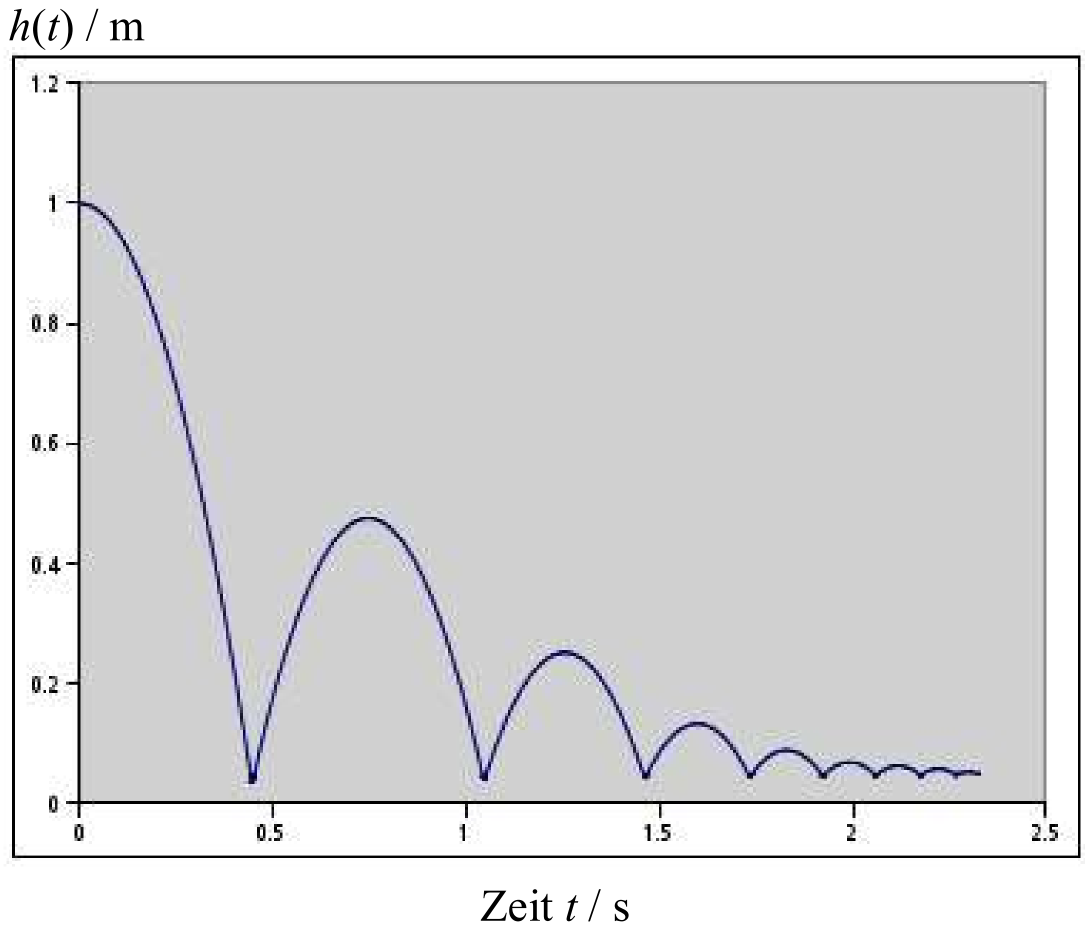
$$p = \int F_D \cdot dt$$

$$p = \sum_i \Delta p_i = \sum_i F_D(t_i) \cdot \Delta t$$



231 Aufgaben

springender / hüpfender Ball



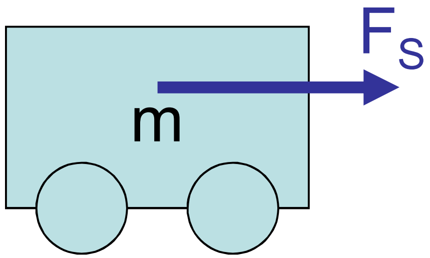
232 Computersimulation von Impulsänderungen

232 Ziele

- einfache (angetriebene) Systeme als kompartimentale Impulsmodelle abbilden können
- Graphische Modelleditoren zur Modellierung und Simulation einsetzen können

232 Theorie

einfaches System mit Antrieb



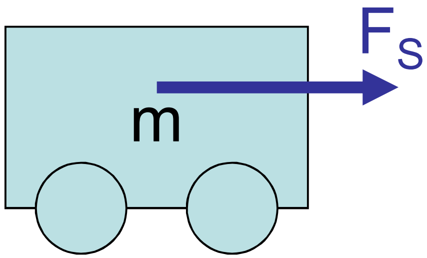
$$\frac{dp}{dt} = \beta\left(u - v(t)\right)$$

$$\frac{dp}{dt} = \beta \cdot \left(u - \frac{p}{m}\right)$$

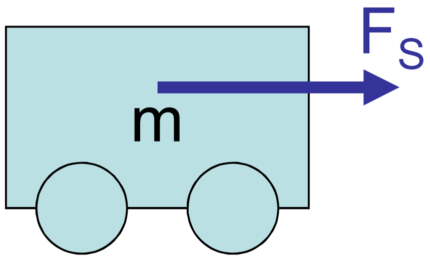
232 Theorie

Lösen der Gleichung durch Substitution

$$\frac{dp}{dt} = \beta \cdot \left(u - \frac{p}{m} \right)$$



$$\xi(t) = u - p/m$$



232 Theorie

Lösen der Gleichung durch Substitution

$$\frac{dp}{dt} = \beta \cdot \left(u - \frac{p}{m} \right)$$

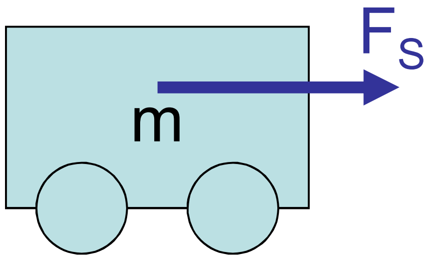
$$\xi(t) = u - p/m$$

$$\dot{\xi} = -\dot{p}/m$$

232 Theorie

Lösen der Gleichung durch Substitution

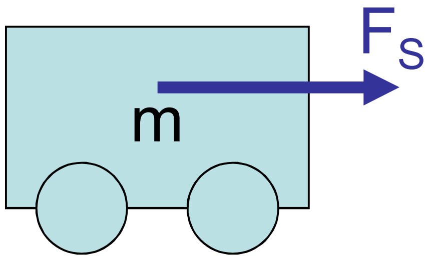
$$\frac{dp}{dt} = \beta \cdot \left(u - \frac{p}{m} \right)$$



$$\xi(t) = u - p/m$$

$$\dot{\xi} = -\dot{p}/m$$

$$\frac{d\xi}{dt} = -\frac{\beta}{m} \cdot \xi$$



232 Theorie

Lösen der Gleichung

$$\frac{d\xi}{dt} = -\frac{\beta}{m} \cdot \xi$$

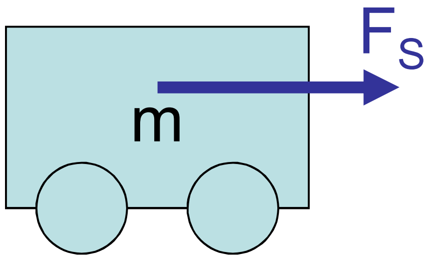
Ansatz:

$$\xi(t) = c \cdot e^{-\frac{\beta}{m} \cdot t}$$

232 Theorie

Rücksubstitution

$$\xi(t) = c \cdot e^{-\frac{\beta}{m} \cdot t}$$

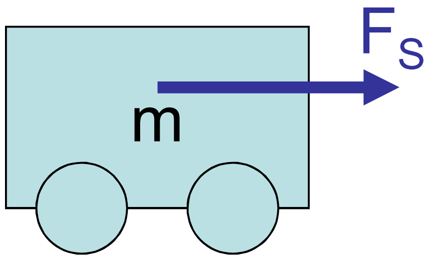


$$p(t) = mu - m\xi(t)$$

232 Theorie

Rücksubstitution

$$\xi(t) = c \cdot e^{-\frac{\beta}{m} \cdot t}$$

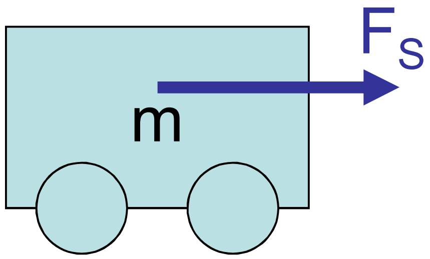


$$p(t) = mu - m\xi(t)$$

$$p(t) = mu - mc \cdot e^{-\frac{\beta}{m} t}$$

232 Theorie

Bestimmung des Anfangswertes



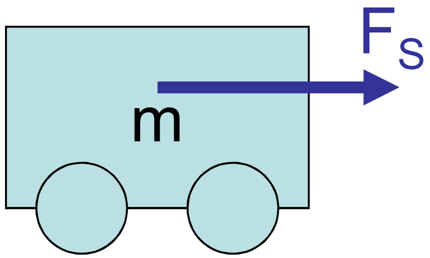
$$p(t) = mu - mc \cdot e^{-\frac{\beta}{m}t}$$

$$t = 0s$$

$$p(t = 0s) = p(0s) = p_0$$

232 Theorie

Bestimmung des Anfangswertes

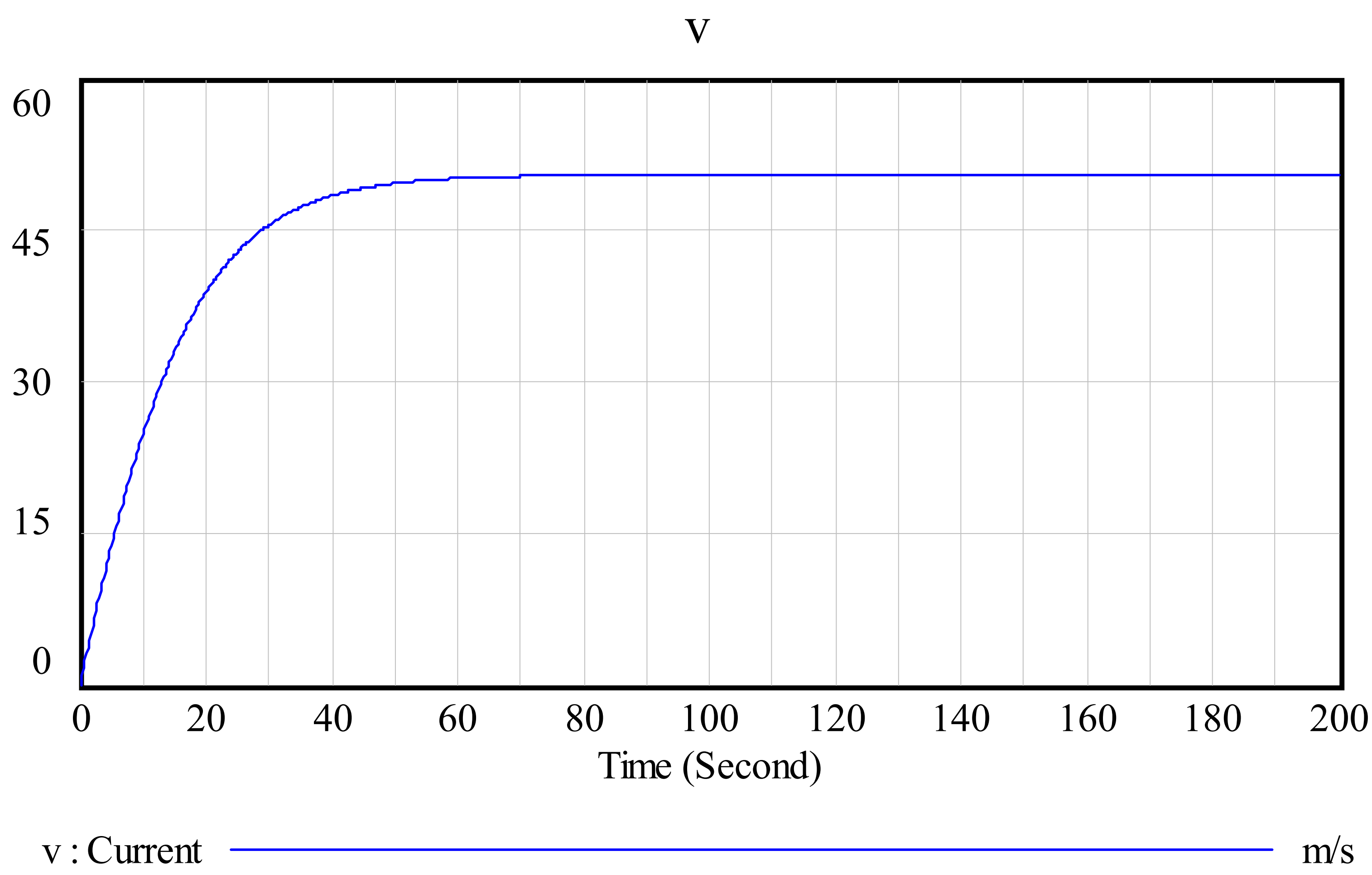


$$p(t) = mu - mc \cdot e^{-\frac{\beta}{m}t}$$

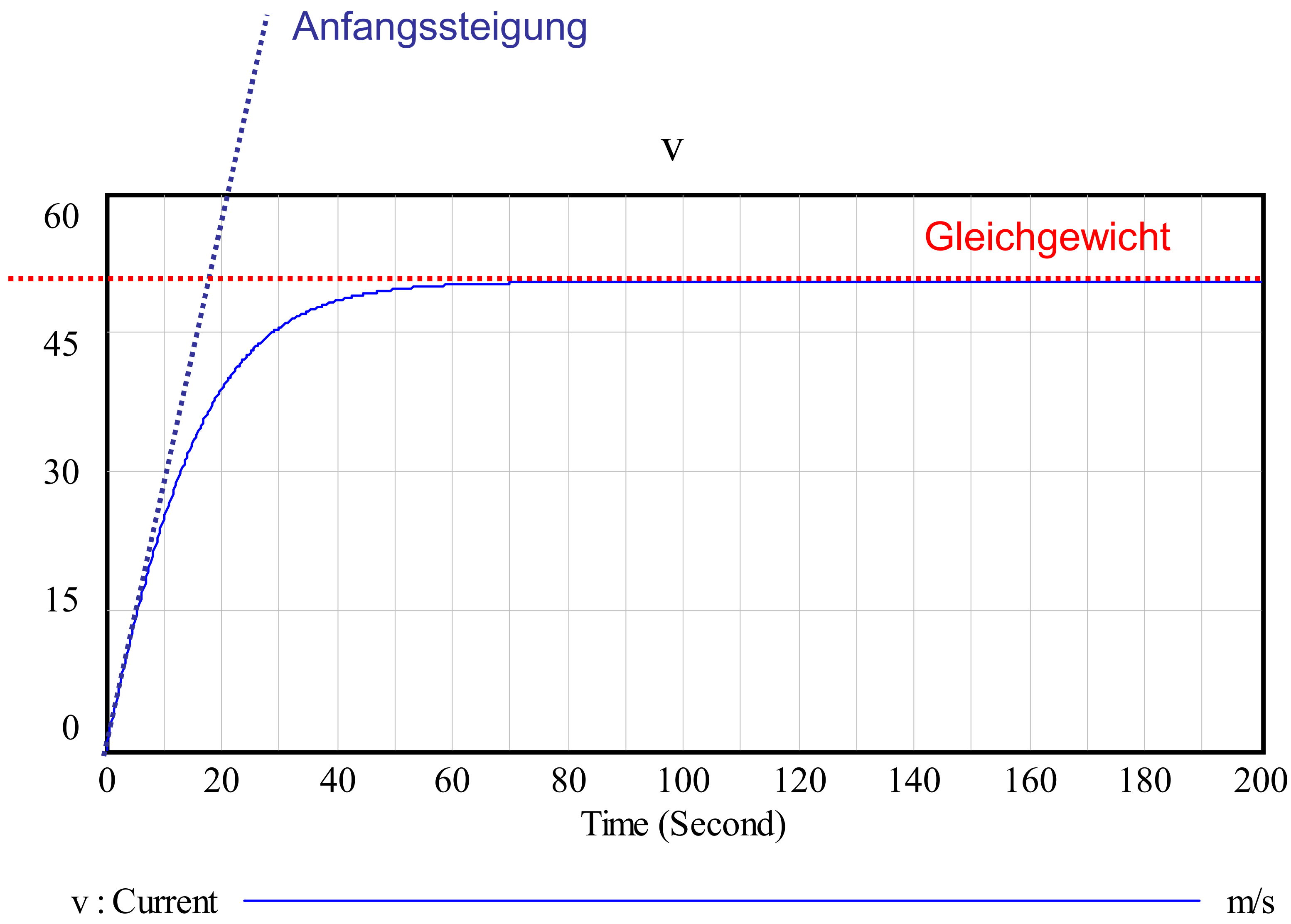
$$t = 0s$$

$$p(t = 0s) = p(0s) = p_0$$

$$p(t) = mu - \left(mu - p_0\right) \cdot e^{-\frac{\beta}{m} \cdot t}$$

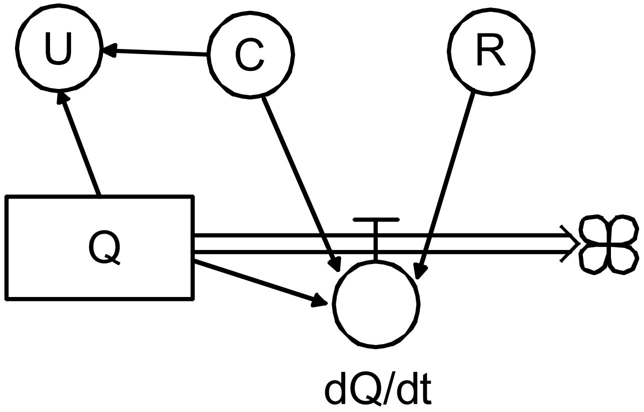


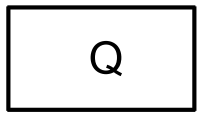
v
60
45
30
15
0
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200
Time (Second)
v : Current
m/s


Anfangssteigung
v
Gleichgewicht
60
45
30
15
0
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200
Time (Second)
v : Current
m/s

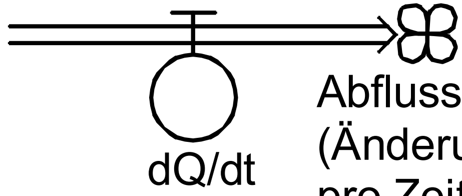
232 Theorie

graphische Modelleditoren

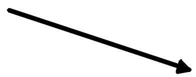




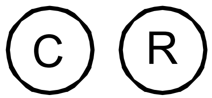
Billanzgrösse
(Ladung auf einer Fläche des Kondensators)



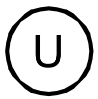
Abfluss
(Änderung der Ladung pro Zeiteinheit → Strom)



Pfeil für Abhängigkeit



Konstante Grössen
(Kapazität, Widerstand)



Abhängige Grösse
(elektrische Spannung)

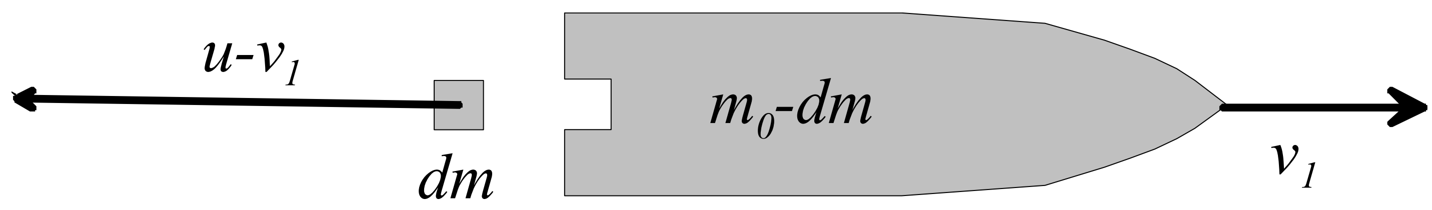
233 Simulation eines Raketenfluges

233 Ziele

- Systeme mit veränderlicher Masse beschreiben bzw. modellieren können
- graphische Modelleditoren zur Beschreibung / Modellierung und Simulation von Raketen einsetzen können

233 Theorie

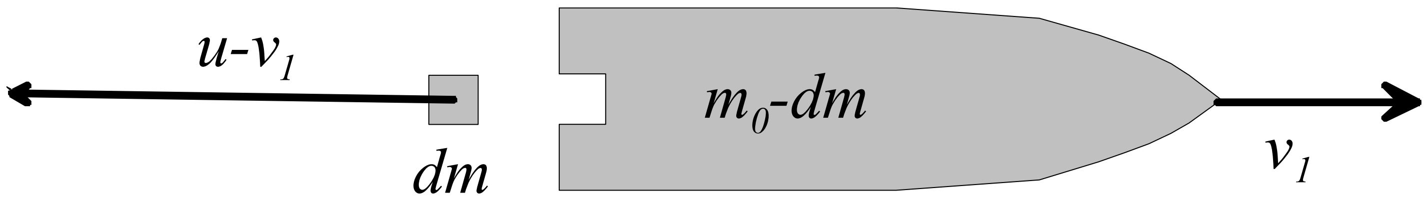
Repulsives Antriebssystem
durch Ausstoss von Masse



233 Theorie

Repulsives Antriebssystem
durch Ausstoss von Masse

$$0 = -dm \cdot (u - v_1) + (m_0 - dm) \cdot v_1$$

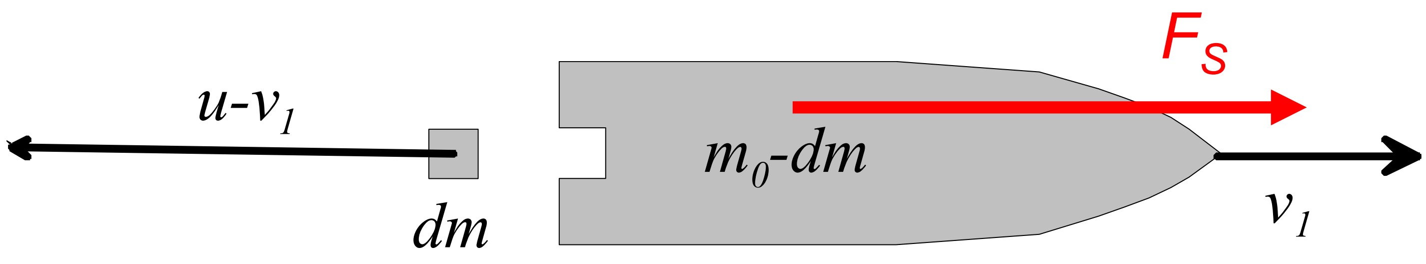


233 Theorie

Schubkraft F_S = u·dm/dt

$$v_1 = \frac{dm}{m_0} \cdot u$$

$$dp = mv_1 = u \cdot dm$$

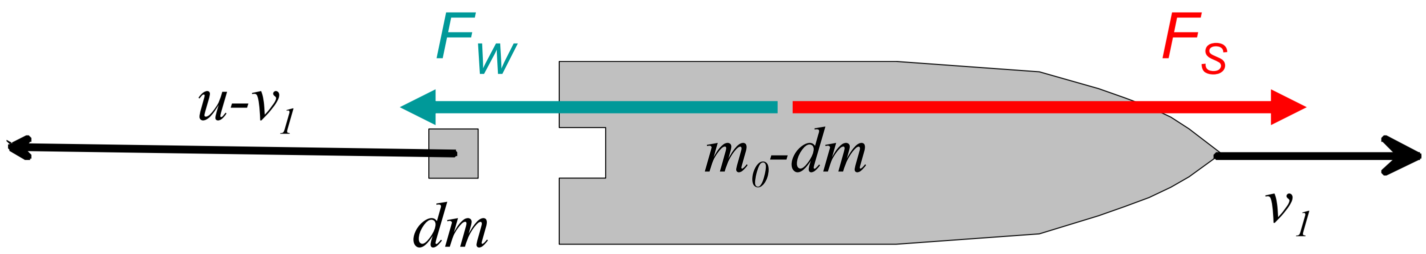


233 Theorie

Alle Kräfte

$$\frac{dp}{dt} = \dot{m} \cdot v + m \cdot \dot{v} = F_S + F_G + F_W$$

$$= \dot{m} \cdot u + F_G + F_W$$



233 Theorie

$$m \cdot \dot{v} = u \cdot \dot{m} - v \cdot \dot{m} + F_G + F_W$$

$$m \cdot \frac{dv}{dt} = \frac{dm}{dt} \cdot (u - v) + F_G + F_W$$

$$= \frac{dm}{dt} \cdot (u^*) + F_G + F_W$$

Alle Kräfte: Transformation Laborsystem (*u* veränderlich) ins Bezugssystem Rakete:

u=*u**+*v*

also:

*u** = *u*-*v*

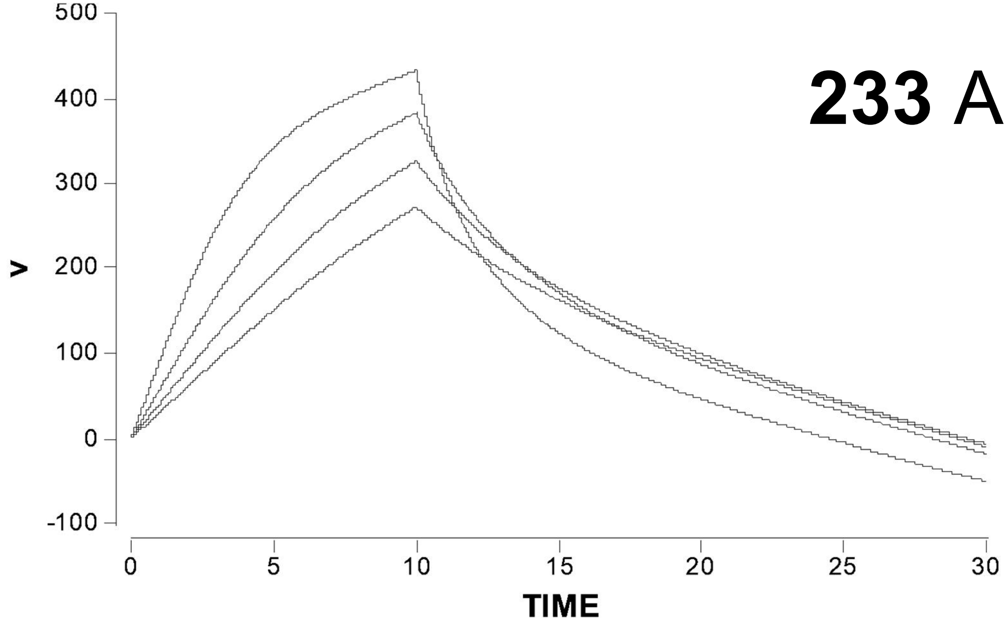
233 Theorie

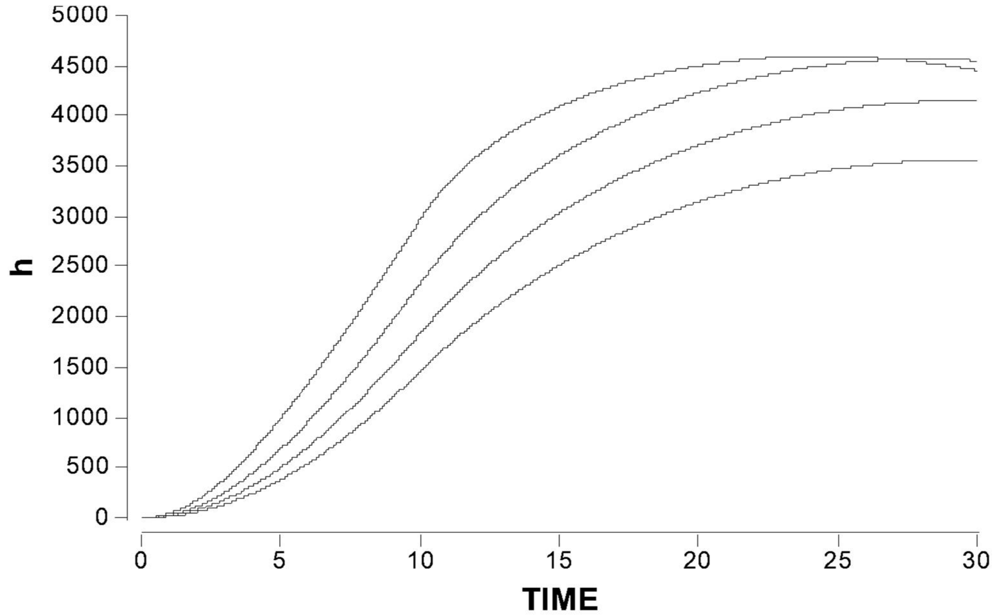
Alle Kräfte

$$m \cdot \frac{dv}{dt} = \frac{dm}{dt} \cdot (u^*) + F_G + F_W$$

$$= (u^*) \cdot \frac{dm}{dt} - m(t) \cdot g - c_w \frac{\rho A}{2} \cdot \left(v(t)\right)^2$$

233 Aufgaben





234 Simulation eines Zweikörperproblems

234 Ziele

- 2-Dim.- Bewegungen modellieren und simulieren können
- (Repetition Gravitation)

234 Theorie

$$\dot{p} = dp / dt = \sum_i F_i$$

234 Theorie

$$\dot{p} = dp / dt = \sum_i F_i$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -\gamma \frac{mM}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{|r|} = -\gamma mM \cdot \frac{\vec{r}}{|r^3|}$$

234 Theorie

$$\dot{p} = dp / dt = \sum_i F_i$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -\gamma \frac{mM}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{|r|} = -\gamma mM \cdot \frac{\vec{r}}{|r^3|}$$

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{1}{m} \cdot \frac{dp_x}{dt} = -\gamma M \cdot \frac{x}{|r^3|}$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{1}{m} \cdot \frac{dp_y}{dt} = -\gamma M \cdot \frac{y}{|r^3|}$$

234 Resultate